

METODA LINIOWEJ OPTYMALIZACJI DOPUSZCZALNEJ GENERACJI WIATROWEJ W WĘZŁACH SIECI PRZESYŁOWEJ

prof. dr hab. inż. Marian Sobierajski / Politechnika Wrocławska
dr inż. Wilhelm Rojewski / Politechnika Wrocławska
mgr inż. Sebastian Stabosz / Politechnika Wrocławska

1. WPROWADZENIE

Zgodnie z przyjętym w kraju planem rozwoju odnawialnych źródeł energii ich udział w bilansie energii finalnej ma wzrosnąć do 15% w roku 2020 i 16% w roku 2030. W dokumencie Ministerstwa Gospodarki „Polityka energetyczna Polski do 2030 roku” [2] przyjęto określony poziom pokrywania prognozowanego zapotrzebowania na energię elektryczną przez odnawialne źródła energii (OZE), przy czym największy udział przewiduje się dla elektrowni wiatrowych.

Tab. 1. Moc elektrowni wiatrowych wg dokumentu „Polityka energetyczna Polski do 2030 r.”

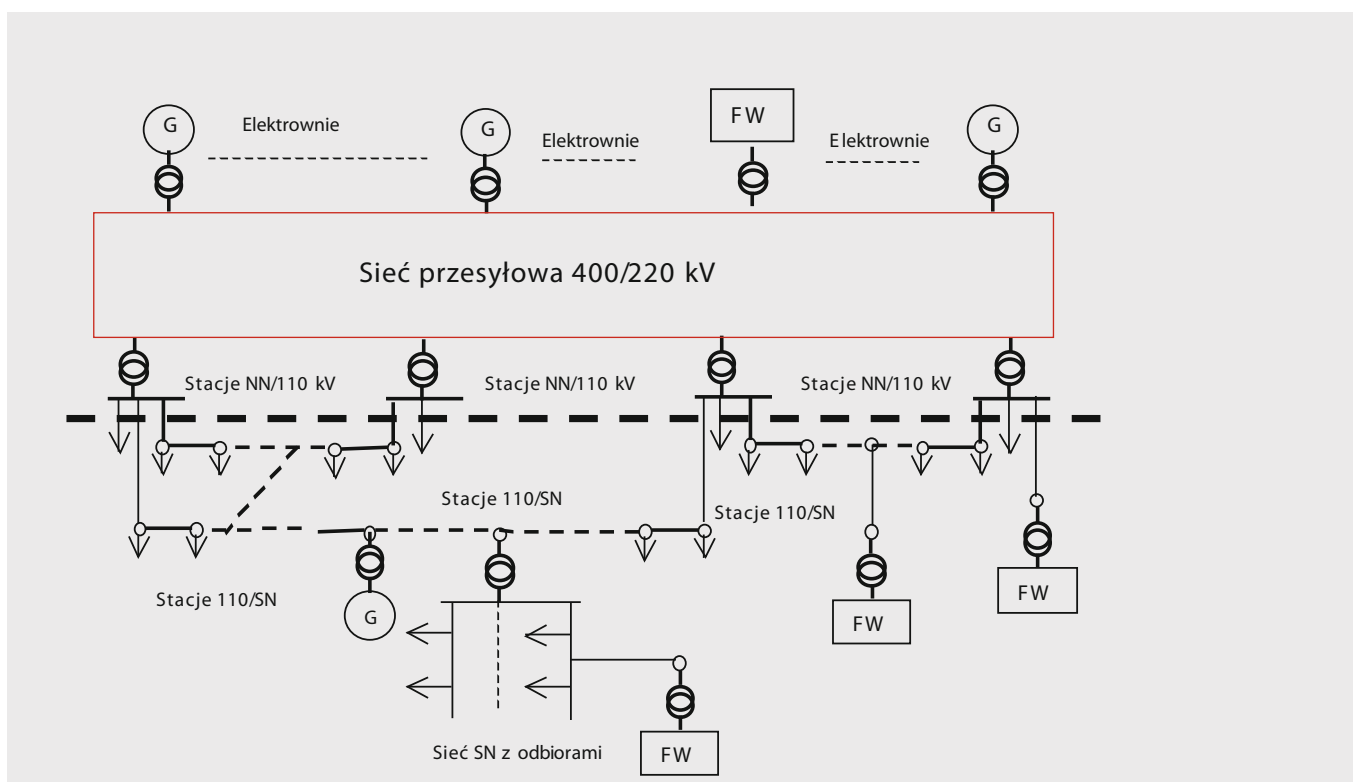
Prognozowane zapotrzebowanie i produkcja energii elektrycznej	2010 rok	2015 rok	2020 rok	2030 rok
Planowana produkcja energii elektrycznej w elektrowniach wiatrowych brutto [GWh]	2 023,6	7 349,0	13 704,8	17 793,9
Planowana moc elektrowni wiatrowych [MW]	976	3396	6089	7867
Przyjęte średnioroczne wykorzystanie elektrowni wiatrowych w Polsce [h]	2073	2164	2251	2262
Planowana moc zainstalowana elektrowni w KSE [MW]	36 280	40 007	44 464	51 412
Udział elektrowni wiatrowych w mocy zainstalowanej w KSE [%]	2,7	8,5	13,7	15,3
Zapotrzebowanie energii elektrycznej brutto w KSE [GWh]	141 100	152 800	169 300	217 400
Planowany udział elektrowni wiatrowych w produkcji energii elektrycznej w KSE [%]	1,4	4,8	8,1	8,2

W tab. 1. podano zaplanowane moce generacji wiatrowej w latach 2010–2030 [2]. Widać, że moc elektrowni wiatrowych w 2010 roku powinna wynieść ok. 1000 MW, a po dwudziestu latach, tj. w roku 2030, ok. 8000 MW. Planowane wprowadzenie do KSE generacji wiatrowej, stanowiącej duży udział w pokrywaniu zapotrzebowania na moc elektryczną, wymaga zbadania, czy nie będzie to naruszać bezpieczeństwa pracy systemu elektroenergetycznego. Na rys. 1 przedstawiono schematycznie powiązania sieci NN z siecią 110 kV i SN. Elektrownie systemowe wytwarzają moc, która jest transformowana z poziomu napięcia generatorowego na napięcie 400 kV lub 220 kV (uwzględniane są transformatory blokowe), następnie przesyłana do stacji NN/110 kV.

Streszczenie

W artykule przedstawiono model matematyczny optymalizacji węzłowej generacji wiatrowej w sieci przesyłowej. Funkcją celu jest maksymalna sumaryczna generacja wiatrowa przy spełnieniu następujących ograniczeń:

dopuszczalne obciążenie linii i transformatorów, dopuszczalne saldo wymiany zagranicznej, regulacyjne minimum techniczne mocy w elektrowniach konwencjonalnych. Rozważania zilustrowano przykładem obliczeniowym.



Rys. 1. Powiązania sieci 110 kV i SN z siecią 400/220 kV oraz elektrowniami systemowymi i farmami wiatrowymi

Farmy wiatrowe mogą być przyłączane do węzłów KSE z zachowaniem zasady: im większa jest moc farmy, tym wyższe powinno być napięcie znamionowe w węźle przyłączenia. Graniczne wartości (maksymalne i minimalne) wynikają ze strategii operatora systemu przesyłowego. W przypadku sieci 110 kV oraz SN moc przyłączanych farm wiatrowych powinna być konsumowana lokalnie. Wprowadzanie dużej generacji wiatrowej do KSE pociąga za sobą konieczność zmniejszania generacji w elektrowniach ciepłych. Powoduje to zmianę rozptyłu mocy i poziomów napięć w sieci przesyłowej 400/220 kV, z czego mogą wynikać trzy zasadnicze zagrożenia: przeciążanie linii i transformatorów w krajowej sieci 400/220 kV, przeciążanie linii wymiany zagranicznej, zmniejszanie generacji w elektrowniach ciepłych poniżej minimum technicznego. Oszacowanie dopuszczalnej generacji wiatrowej powinno wynikać z rozwiązania zadania optymalizacyjnego z ograniczeniami. Może ono być sformułowane na wiele różnych sposobów. Istotne jest, aby przy pełnej generacji w farmach wiatrowych nie nastąpiło naruszenie żadnego z ograniczeń związanych ze wspomnianymi zagrożeniami. Ze strategii planowania rozwoju KSE wynika, że farmy wiatrowe mogą być przyłączane tylko do wskazanych węzłów. Mimo to wymiar zadania optymalizacyjnego jest tak duży, że konieczne są uproszczenia (redukcja) modelu KSE. Zastosowane uproszczenia powinny zapewniać margines decyzyjny, tzn. dawać wyniki pesymistyczne, czyli gorsze niż w modelu pełnym.

Mając powyższe na uwadze, analizę rozmieszczenia farm wiatrowych można ograniczyć do wybranych węzłów 400 i 220 kV oraz do szyn 110 kV za transformatorami NN/110 kV. Na rys. 2 przedstawiono ideę takiej redukcji modelu, gdzie pomijane są ciągi 110 kV łączące stacje NN/110 kV i odciążające sieć przesyłową. W konsekwencji zwiększają się przepływy mocy w sieci 400/220 kV, co ma duże znaczenie, szczególnie w stanach N-1. Należy dodać, że takie podejście jest bardzo często stosowane w analizach systemowych. Zastępcze moce na szynach 110 kV określone są dla planowanego zapotrzebowania na podstawie rozptyłu mocy obliczonego w pełnym modelu sieci 400/220/110 kV. Ze względu na duży wymiar zadania optymalizacji oraz fakt, że dotyczy ona generacji wiatrowej planowanej i prognozowanych warunków pracy KSE, konieczne jest przyjęcie pewnych założeń precyzujących zadanie i upraszczających model matematyczny.

Założenia do zadania optymalizacji

1. Sumaryczna moc przyłączanych farm wiatrowych powinna być możliwie największa.
2. Generacja wiatrowa nie może powodować przeciążenia linii i transformatorów.
3. Saldo wymiany synchronicznej powinno mieć wartość bliską wartości, jaka występowała przed przyłączeniem farm wiatrowych.

4. Przyłączana generacja wiatrowa nie może naruszać minimum technicznego systemu wynikającego z charakterystyki bloków wytwórczych i wymogów regulacji częstotliwości.
5. Moce farm wiatrowych przyłączanych do węzła o określonym napięciu znamionowym powinny zawierać się w przedziale zdefiniowanym przez operatora dla danego poziomu napięcia.

2. LINIOWY MODEL ROZPŁYWU MOCY CZYNNEJ W SIECI PRZESYŁOWEJ

Zagadnienia związane z szacowaniem dopuszczalnej mocy farm wiatrowych w sieci 400/220/110 kV można sprowadzić do optymalizacji rozptyłów mocy czynnych w uproszczonym modelu, zawierającym sieci 400/220 kV, transformatory NN/110 kV i zastępcze odbiory przyłączone do szyn 110 kV za tymi transformatorami. Sformułowanie zadania liniowej optymalizacji wymaga przyjęcia szczegółowych założeń upraszczających [3].

Założenia upraszczające do modelu liniowego

1. W planowaniu rozpatrywane są stany ustalone o bezpiecznym zapasie stabilności, a więc o małych rozchyłach kątowych napięć na końcach poszczególnych gałęzi, co oznacza, że $\sin(\delta_i - \delta_j) \approx (\delta_i - \delta_j)$ oraz $\cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1$.
2. Spadki napięć w liniach i transformatorach są nieznaczne, co oznacza, że wartości napięć węzłowych w przybliżeniu równe są wartościom znamionowym $U_i \approx U_N$ oraz $U_j \approx U_N$.

W analizowanym układzie elektrycznym należy wyróżnić węzeł odniesienia, który jednocześnie jest węzłem bilansującym. Zazwyczaj przyjmuje się, że jest to węzeł o najwyższym numerze.

Przy przyjętych założeniach rozptyw mocy opisany jest liniowym równaniem macierzowym

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}\boldsymbol{\delta} \quad \text{lub} \quad \boldsymbol{\delta} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{P} = \mathbf{X} \mathbf{P} \quad (1)$$

gdzie: $\mathbf{P}$ – wektor węzłowych mocy czynnych w niezależnych węzłach, $\mathbf{B}$ – macierz susceptancji węzłowych, $\mathbf{X}$ – macierz reaktancji węzłowych, $\boldsymbol{\delta}$ – wektor kątów napięć węzłowych.

W węźle sieci przesyłowej może wystąpić zarówno moc generowana, jak i odbierana. Moc węzłowa jest różnicą mocy generowanych i odbieranych w węzłach sieci, zatem

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d \quad (2)$$

gdzie: $\mathbf{P}_g$ – wektor mocy węzłowych generowanych, $\mathbf{P}_d$ – wektor mocy węzłowych odbieranych (zapotrzebowanych).

Moce gałęziowe $\mathbf{P}_b$ mogą być obliczone bezpośrednio z mocy węzłowych

$$\mathbf{P}_b = \text{diag}(\mathbf{b}) \mathbf{C}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{C}_b \mathbf{X}\mathbf{P} = \mathbf{H}\mathbf{P} \quad (3)$$

gdzie: $\mathbf{H} = \mathbf{C}_b \mathbf{X}$ – macierz transferowa mocy węzłowych, $\mathbf{C}_b = \text{diag}(\mathbf{b}) \mathbf{C}$ – admitancyjna macierz połączeń gałęziowo-węzłowych, $\mathbf{C}$ – zerojedynkowa macierz połączeń gałęziowo-węzłowych, $\mathbf{b}$ – wektor susceptancji gałęziowych.

3. ZADANIE LINIOWEJ OPTYMALIZACJI GENERACJI WIATROWEJ

Zadanie liniowej optymalizacji mocy farm wiatrowych, przyłączanych do węzłów sieci przesyłowej, może być sformułowane jako zadanie maksymalizacji sumarycznej mocy farm wiatrowych, przy spełnieniu ograniczeń równościowych i nierównościowych.

Tylko w części węzłów sieci występują elektrownie systemowe, podobnie farmy wiatrowe mogą być przyłączone tylko do węzłów wskazanych przez operatora. Z tego powodu wektor mocy węzłowych należy podzielić na dwa podwektory

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x \\ \mathbf{P}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gx} - \mathbf{P}_{dx} \\ \mathbf{P}_{gy} - \mathbf{P}_{dy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie: $\mathbf{P}_x$ – wektor mocy w węzłach z optymalizowanymi mocami generowanymi, $\mathbf{P}_{gx}$ – wektor optymalizowanych mocy generowanych, $\mathbf{P}_{dx}$ – wektor mocy odbieranych w węzłach z optymalizowanymi mocami generowanymi, $\mathbf{P}_y$ – wektor mocy w węzłach bez optymalizowanych mocy generowanych, $\mathbf{P}_{gy}$ – wektor nieoptymalizowanych mocy generowanych, $\mathbf{P}_{dy}$ – wektor mocy odbieranych w węzłach bez optymalizowanych mocy generowanych.

W ogólności, wśród składowych wektora optymalizowanych mocy generowanych można wyróżnić składowe odpowiadające nowym źródłom (FW – farmy wiatrowe) oraz składowe odpowiadające istniejącym konwencjonalnym źródłom (EC – systemowe elektrownie ciepłe):

$$\mathbf{P}_{gx} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gxFW} \\ \mathbf{P}_{gxEC} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Składowym wektora optymalizowanych mocy w węzłach z nowymi źródłami (farmami wiatrowymi) przyporządkowane są indeksy $1, \dots, n_{xFW}$, natomiast składowym z istniejącymi źródłami (elektrownie systemowe) – indeksy $n_{xFW} + 1, \dots, n_x + n_{xEC}$. Między liczbą składowych i wymiarem zadania istnieje relacja $n_x = n_{xFW} + n_{xEC}$.

Optymalizowane moce farm wiatrowych dotyczą zarówno istniejących farm w modelu KSE, jak i wszystkich innych możliwych do przyłączenia w węzłach wskazanych przez operatora. Dla farm istniejących przyjmuje się, że ich moc minimalna jest równa planowanej mocy podanej w modelu KSE, co oznacza, że zoptymalizowana moc istniejącej farmy wiatrowej może być tylko większa od zaplanowanej mocy farmy w modelu KSE.

Z kilku rozważanych wybrano funkcję celu zapewniającą maksymalizację sumy mocy farm wiatrowych we wskazanych węzłach sieci przesyłowej. Przyjętej funkcji celu nadano następującą postać:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{xFW}^T & \mathbf{e}_{xEC}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gxFW} \\ \mathbf{P}_{gxEC} \end{bmatrix} = \mathbf{e}_{xFWEC}^T \mathbf{P}_{gx} \quad (6)$$

gdzie: $\mathbf{e}_{xFW}^T = [1 \ 1 \dots 1]$ – transponowany wektor jedynek odpowiadających mocom przyłączanych farm wiatrowych, $\mathbf{e}_{xEC}^T = [0 \ 0 \dots 0]$ – transponowany wektor zer odpowiadających mocom elektrowni systemowych.

Wektor $\mathbf{e}_{xFWEC}^T = [\mathbf{e}_{xFW}^T \ \mathbf{e}_{xEC}^T]$ zeruje moce elektrowni systemowych $\mathbf{P}_{gxEC}$, pozwalając pozostawić w zapisie pełny wymiar macierzy $\mathbf{P}_{gx}$. Wektor mocy węzłowych $\mathbf{P}_{gxEC}$ podlega optymalizacji, ponieważ występuje w ograniczeniach nierównościowych zadania optymalizacji.

W zadaniu liniowej optymalizacji generacji wiatrowej ograniczenia równościowe zawsze są spełnione, gdyż zwiększenie sumy mocy węzłowych powoduje zmniejszenie mocy w węźle bilansującym i *vice versa*.

Minimum techniczne systemu

Maksymalne i minimalne moce źródeł energii elektrycznej wynikają z technologii wytwarzania energii oraz z ich udziału w regulacji częstotliwości:

$$\mathbf{P}_{gx} \leq \mathbf{P}_{gx\max} \text{ oraz } \mathbf{P}_{gx} \geq \mathbf{P}_{gx\min} \quad (7)$$

W przypadku elektrowni systemowych (EC) wartości minimalne, jak i maksymalne, wynikają głównie z udziału w regulacji częstotliwości. Dla farm wiatrowych (FW) dolna i górna granica mocy farmy określona jest arbitralnie przez operatora, w zależności od poziomu napięcia znamionowego w punkcie przyłączenia.

Dopuszczalne moce gałęziowe

Ograniczenia nierównościowe wynikające z dopuszczalnych mocy gałęziowych są ograniczeniami funkcyjnymi i mogą być zapisane w postaci następującej nierówności macierzowej:

$$\mathbf{H}(\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d) \leq \mathbf{S}_{\max} \quad \text{lub} \quad \mathbf{H}\mathbf{P}_g \leq \mathbf{S}_{\max} + \mathbf{H}\mathbf{P}_d \quad (8)$$

Należy jednak wziąć pod uwagę fakt, że zmiana mocy generowanych może powodować zmianę kierunku przepływu mocy, czyli zmianę znaku mocy. Z tego powodu należy zapisać również nierówności dla zmienionych kierunków mocy gałęziowych:

$$-\mathbf{H}(\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d) \leq \mathbf{S}_{\max} \quad \text{lub} \quad -\mathbf{H}\mathbf{P}_g \leq \mathbf{S}_{\max} + \mathbf{H}\mathbf{P}_d \quad (9)$$

Nierówności uwzględniające zmiany kierunku mocy gałęziowych mogą być połączone w zapisie macierzowym:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ -\mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{P}_g \leq \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\max} + \mathbf{H}\mathbf{P}_d \\ \mathbf{S}_{\max} - \mathbf{H}\mathbf{P}_d \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad \mathbf{D}_b \mathbf{P}_g \leq \mathbf{d}_b \quad (10)$$

gdzie:

$$\mathbf{D}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ -\mathbf{H} \end{bmatrix} \quad \text{– uogólniona macierz transferowa mocy generowanych}$$

$$\mathbf{d}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\max} + \mathbf{H}\mathbf{P}_d \\ \mathbf{S}_{\max} - \mathbf{H}\mathbf{P}_d \end{bmatrix} \quad \text{– wektor prawych stron ograniczeń nierównościowych.}$$

Uwzględniając podział wektora mocy generowanych na dwa podwektory, mamy:

$$\mathbf{D}_{bx} \mathbf{P}_{gx} \leq \mathbf{d}_b - \mathbf{D}_{by} \mathbf{P}_{gy} \quad (11)$$

Ogólnie, mamy zatem:

$$\mathbf{D}_{bx} \mathbf{x} \leq \mathbf{d}_{bx} \quad (12)$$

gdzie:

$$\mathbf{D}_{bx} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_x \\ -\mathbf{H}_x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}_{bx} = \mathbf{d}_b - \mathbf{D}_{by} \mathbf{P}_{gy} \quad (12a)$$

$$\mathbf{D}_{by} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_y \\ -\mathbf{H}_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\max} + \mathbf{H}\mathbf{P}_d \\ \mathbf{S}_{\max} - \mathbf{H}\mathbf{P}_d \end{bmatrix} \quad (12b)$$

Saldo synchronicznej wymiany mocy

Saldo synchronicznej wymiany zagranicznej, po wprowadzeniu nowych źródeł, powinno być bliskie lub równe dopuszczalnemu saldu wymiany przed ich przyłączeniem, zadaną dokładnością $\pm dP_{\text{saldo}}$, np. $\pm 5 \text{ MW}$. Podanie większego przedziału dokładności będzie skutkowało w większości przypadków zwiększeniem eksportu, gdyż prowadzi do wzrostu wartości funkcji celu.

$$P_{\text{saldodop}} - P_{\text{saldowym}} \leq dP_{\text{saldo}} \text{ lub } P_{\text{saldodop}} - P_{\text{saldowym}} \geq -dP_{\text{saldo}} \quad (13)$$

Moce gałęziowe w liniach wymiany, po rozdzielaniu węzłów z optymalizowaną i nieoptymalizowaną generacją, wyraża równanie macierzowe:

$$P_{\text{bwym}} = H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} - H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}} \quad (14)$$

$$H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} = P_{\text{bwym}} + H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} - H_{\text{ywym}} P_{\text{y}} \quad (15)$$

gdzie: H_{xwym} – podmacierz transferowa mocy odpowiadająca gałęziom wymiany i węzłom z optymalizowanymi źródłami, H_{ywym} – podmacierz transferowa mocy odpowiadająca gałęziom wymiany i węzłom bez optymalizowanej generacji.

Saldo synchronicznej wymiany mocy jest równe algebraicznej sumie mocy w liniach wymiany:

$$P_{\text{saldowym}} = e_{\text{bwym}}^T P_{\text{bwym}} \quad (16)$$

gdzie: $e_{\text{bwym}}^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$ – transponowany wektor jedynek odpowiadający mocom synchronicznej wymiany. Po podstawieniu zależności na moce wymiany otrzymujemy:

$$P_{\text{saldowym}} = e_{\text{bwym}}^T (H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} - H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) \quad (17)$$

Różnica między dopuszczalnym a aktualnym saldem wymiany musi być mniejsza od zadanej dokładności:

$$P_{\text{saldodop}} - e_{\text{bwym}}^T H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} - e_{\text{bwym}}^T (-H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) \leq dP_{\text{saldo}} \quad (17a)$$

$$-e_{\text{bwym}}^T H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} \leq -P_{\text{saldodop}} + e_{\text{bwym}}^T (-H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) + dP_{\text{saldo}} \quad (17b)$$

oraz

$$P_{\text{saldodop}} - e_{\text{bwym}}^T H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} - e_{\text{bwym}}^T (-H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) \geq -dP_{\text{saldo}} \quad (17c)$$

$$e_{\text{bwym}}^T H_{\text{xwym}} P_{\text{gx}} \leq P_{\text{saldodop}} - e_{\text{bwym}}^T (-H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) + dP_{\text{saldo}} \quad (17d)$$

Nierówności uwzględniające górną i dolną dokładność salda mogą być połączone w zapisie macierzowym:

$$\begin{bmatrix} -e_{\text{bwym}}^T H_{\text{xwym}} \\ e_{\text{bwym}}^T H_{\text{xwym}} \end{bmatrix} P_{\text{gx}} \leq \begin{bmatrix} dP_{\text{saldo}} - S_{\text{saldodop}} + e_{\text{bwym}}^T (-H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) \\ dP_{\text{saldo}} + S_{\text{saldodop}} - e_{\text{bwym}}^T (-H_{\text{xwym}} P_{\text{dx}} + H_{\text{ywym}} P_{\text{y}}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

Ogólnie nierówności wynikające z salda wymiany mocy mają postać:

$$D_{\text{wym}} x \leq d_{\text{wym}} \quad (19)$$

gdzie:

$$\mathbf{D}_{wym} = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_{bwym}^T \mathbf{H}_{xwym} \\ \mathbf{e}_{bwym}^T \mathbf{H}_{xwym} \end{bmatrix} \quad (19a)$$

$$\mathbf{d}_{wym} = \begin{bmatrix} dP_{saldo} - P_{saldowym} + \mathbf{e}_{bwym}^T (-\mathbf{H}_{xwym} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{ywym} \mathbf{P}_y) \\ dP_{saldo} + P_{saldowym} - \mathbf{e}_{bwym}^T (-\mathbf{H}_{xwym} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{ywym} \mathbf{P}_y) \end{bmatrix} \quad (19b)$$

Ograniczenia mocy w węźle bilansującym

Jeżeli linie wymiany połączone są z węzłem bilansującym, to ograniczenia salda wymiany są jednocześnie ograniczeniami mocy w węźle bilansującym. W przeciwnym wypadku należy uwzględnić ograniczenia techniczne mocy w węźle bilansującym wyrażone za pomocą nierówności:

$$\mathbf{P}_n \leq \mathbf{P}_{nmax} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{P}_n \geq \mathbf{P}_{nmin} \quad (20)$$

Wartość mocy w węźle bilansującym wynika z wartości mocy w gałęziach łączących się z tym węzłem. W zapisie macierzowym mamy kolejno:

$$\mathbf{P}_{bn} = \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_x + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y \quad (20a)$$

$$\mathbf{P}_{bn} = \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{gx} - \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y \quad (20b)$$

$$\mathbf{H}_x \mathbf{P}_{gx} = \mathbf{P}_{bn} + \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} - \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y \quad (20c)$$

gdzie: $\mathbf{H}_{xn}$ – podmacierz transferowa mocy odpowiadająca gałęziom łączącym się z węzłem bilansującym oraz węzłom z optymalizowanymi generacjami, $\mathbf{H}_{yn}$ – podmacierz transferowa mocy odpowiadająca gałęziom łączącym się z węzłem bilansującym oraz węzłom bez optymalizowanej generacji.

Zgodnie z I prawem Kirchhoffa suma mocy w węźle jest równo zero, co oznacza, że moc w węźle bilansującym wynosi:

$$\mathbf{P}_n = -\mathbf{e}_{bn}^T \mathbf{P}_{bn} \quad (21)$$

gdzie: $\mathbf{e}_{bn}^T = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$ – transponowany wektor jedynek odpowiadający gałęziom łączącym się z węzłem bilansującym.

Po podstawieniu zależności na moc w węźle bilansującym otrzymujemy równanie macierzowe, uzależniające wartość tej mocy od mocy węzłowych.

$$\mathbf{P}_n = -\mathbf{e}_{bn}^T (\mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{gx} - \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y) \quad (22)$$

W przypadku najmniejszej dopuszczalnej wartości mocy w węźle bilansującym mamy kolejno:

$$\mathbf{P}_{nmin} \leq -\mathbf{e}_{bn}^T (\mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{gx} - \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y) \quad (22a)$$

$$\mathbf{e}_{bn}^T \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{gx} \leq -\mathbf{P}_{nmin} - \mathbf{e}_{bn}^T (-\mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y) \quad (22b)$$

W przypadku największej dopuszczalnej wartości mocy w węźle bilansującym mamy kolejno:

$$-\mathbf{e}_{bn}^T \mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{gx} \leq \mathbf{P}_{nmax} + \mathbf{e}_{bn}^T (-\mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y) \quad (22c)$$

Ogólnie nierówności wynikające z ograniczeń mocy w węźle bilansującym mają postać:

$$\mathbf{D}_n \mathbf{x} \leq \mathbf{d}_n \quad (23)$$

gdzie:

$$\mathbf{D}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{bn}^T \mathbf{H}_{xn} \\ -\mathbf{e}_{bn}^T \mathbf{H}_{xn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d}_n = \begin{bmatrix} -P_{n \min} - \mathbf{e}_{bn}^T (-\mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y) \\ P_{n \max} + \mathbf{e}_{bn}^T (-\mathbf{H}_{xn} \mathbf{P}_{dx} + \mathbf{H}_{yn} \mathbf{P}_y) \end{bmatrix} \quad (23a)$$

Ogólne zadania optymalizacji

W programie Matlab wymaga się, aby funkcja celu i wszystkie nierównościowe ograniczenia funkcyjne były zapisane w postaci macierzowej.

$$\min \mathbf{e}_{\mathbf{x}WFEC}^T \mathbf{x} \quad (24)$$

Przy spełnieniu ograniczeń:

$$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \quad (24a)$$

$$\mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max} \quad (24b)$$

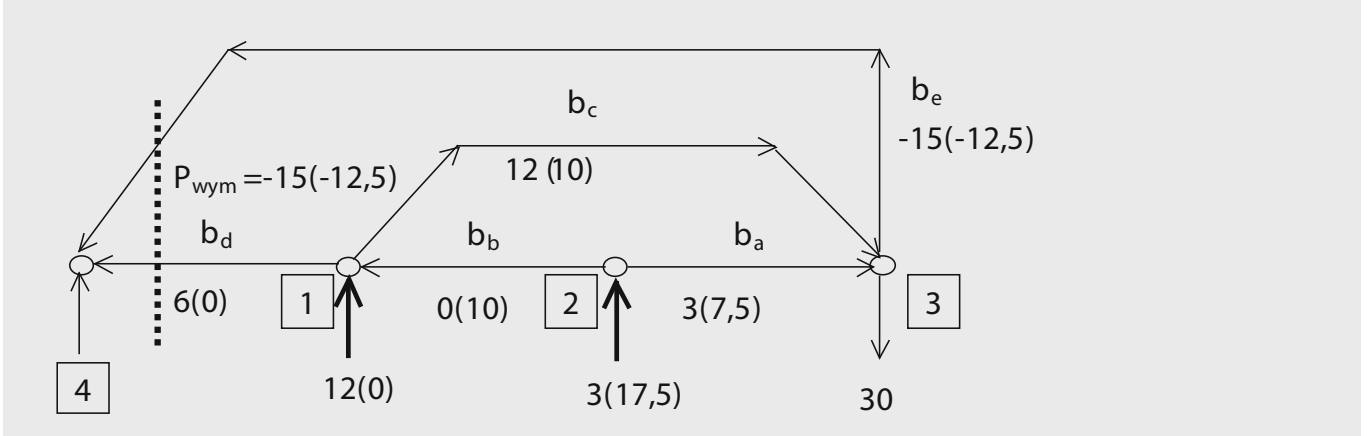
$$-\mathbf{x} \leq -\mathbf{x}_{\min} \quad (24c)$$

gdzie:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}_{gx}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{bx} \\ \mathbf{D}_{wym} \\ \mathbf{D}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{bx} \\ \mathbf{d}_{wym} \\ \mathbf{d}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\min} = \mathbf{P}_{gx \min}, \quad \mathbf{x}_{\max} = \mathbf{P}_{gx \max} \quad (24d)$$

4. PRZYKŁAD OPTYMALIZACJI GENERACJI WIATROWEJ

W celu zilustrowania liniowej optymalizacji generacji wiatrowej w systemie elektroenergetycznym przeprowadzono przykładowe obliczenia w 4-węzłowej sieci (rys. 2). Napięcie znamionowe sieci wynosi $U_N = 400 \text{ kV}$, a moc bazowa $S_b = 100 \text{ MVA}$. W konsekwencji impedancja bazowa wynosi $Z_b = 1600 \Omega$. Rozważane jest przyłączenie farm wiatrowych w węzłach 1 i 2. Mają one pokryć zapotrzebowanie mocy w węźle 3 o wartości 30 wyrażonej w jednostkach względnych, przy międzysystemowej wymianie synchronicznej równej $-12,5$. Dopuszczalne moce gałęzi wynoszą: $S_{amax} = 15$, $S_{bmax} = 15$, $S_{cmax} = 10$, $S_{dmax} = 15$, $S_{emax} = 20$. Przed optymalizacją wybrano arbitralnie moce farm wiatrowych równe $P_1 = 12$, $P_2 = 3$. W konsekwencji przekroczono dopuszczalne obciążenie gałęzi c ($P_c = 12 > S_{cmax} = 10$) oraz wymianę synchroniczną ($P_{wym} = -15 < P_{wymdop} = -12,5$).



Rys. 2. Rozpływ mocy w przykładowej sieci przed i po optymalizacji generacji wiatrowej, w nawiasach umieszczono wartości po dokonaniu optymalizacji

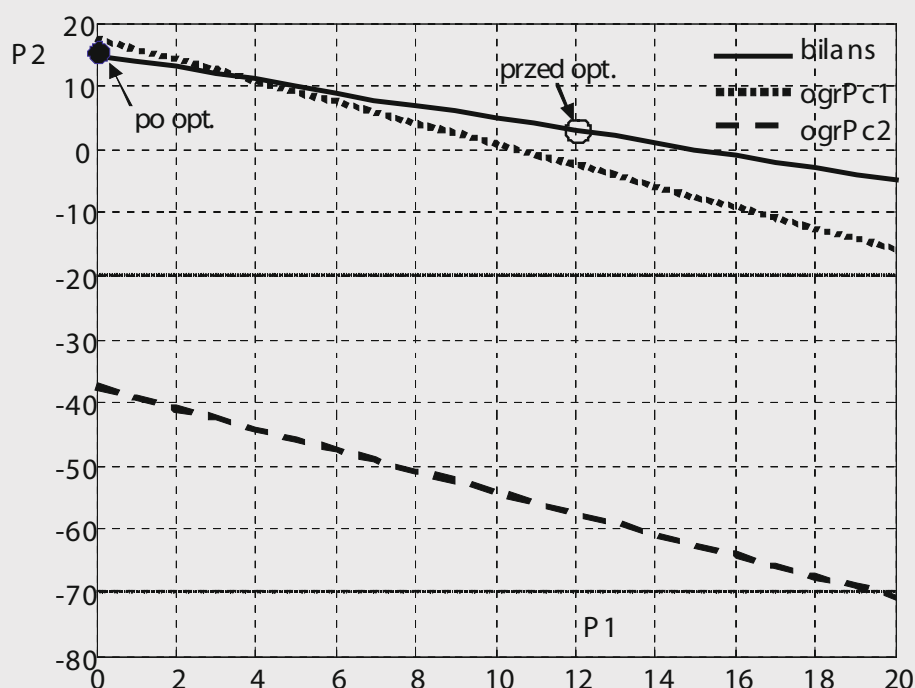
Poszczególne macierze opisujące sieć przesyłową mają następującą postać:

$$\mathbf{z}_{\text{branch}} = \begin{bmatrix} \underline{z}_a \\ \underline{z}_b \\ \underline{z}_c \\ \underline{z}_d \\ \underline{z}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0192 + j0,0962 \\ 0,0096 + j0,0481 \\ 0,0048 + j0,0240 \\ 0,0192 + j0,0962 \\ 0,0038 + j0,0192 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_{\text{branch}} = \begin{bmatrix} \underline{y}_a \\ \underline{y}_b \\ \underline{y}_c \\ \underline{y}_d \\ \underline{y}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - j10 \\ 4 - j20 \\ 8 - j40 \\ 2 - j10 \\ 10 - j50 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{\text{branch}} = \begin{bmatrix} b_a \\ b_b \\ b_c \\ b_d \\ b_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 40 \\ 10 \\ 50 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 70 & -20 & -40 \\ -20 & 30 & -10 \\ -40 & -10 & 100 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0293 & 0,0242 & 0,0141 \\ 0,0242 & 0,0545 & 0,0152 \\ 0,0141 & 0,0152 & 0,0172 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{b}_{\text{branch}})\mathbf{C}\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0,1010 & 0,3939 & -0,0202 \\ -0,1010 & 0,6061 & 0,0202 \\ 0,6061 & 0,3636 & -0,1212 \\ 0,2929 & 0,2424 & 0,1414 \\ 0,7071 & 0,7576 & 0,8586 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \\ -30 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_b = \mathbf{H}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 12 \\ 0 \\ -15 \end{bmatrix} \quad (26)$$



Rys. 3. Wyniki optymalizacji generacji wiatrowej w przykładowej sieci przesyłowej

Macierze związane z optymalizacją mają następującą postać:

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \\ -30 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{gx} - P_{dx} \\ P_{gy} - P_{dy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$P_{gx} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}, \quad P_{dx} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P_{gy} = [0] \quad P_{dy} = [30]$$

Optymalizacja została przeprowadzona w programie Matlab z wykorzystaniem funkcji linprog. Wyniki optymalizacji pokazano na rys. 3. Aby zlikwidować naruszenie ograniczeń, moce farm wiatrowych zostały radykalnie zmienione.

```

Residuals:      Primal      Dual      Upper      Duality      Total
                Infeas    Infeas    Bounds    Gap          Rel
                A*x-b    A'*y+z-w-f {x}+s-ub  x'*z+s'*w    Error
-----
Iter   0:  4.72e+002  8.66e+000  1.00e+002  4.20e+003  7.16e+000
Iter   1:  1.53e+001  7.54e-001  3.24e+000  4.89e+002  9.38e-001
Iter   2:  6.53e+000  2.23e-001  1.38e+000  1.71e+002  8.63e-001
Iter   3:  5.04e-001  1.78e-014  1.07e-001  1.66e+001  4.39e-001
Iter   4:  2.31e-014  1.34e-015  1.42e-014  9.12e-002  5.18e-003
Iter   5:  2.04e-010  3.63e-015  2.84e-014  4.41e-003  2.52e-004
Optimization terminated.
Fval0 = -15, Fval = -17.5, Pgxopt = [0.0000; 17.5000]
Pgalopt = [7.5; 10; 10; 0; -12.5], Pwymopt = -12.5

```



5. PODSUMOWANIE

Generacja wiatrowa powoduje zmiany rozptyłów mocy, co może powodować przekroczenie dopuszczalnej obciążalności linii i transformatorów, także dopuszczalnej mocy wymiany synchronicznej z innymi systemami. Ponadto wartość generacji wiatrowej nie może powodować zmniejszenia generacji konwencjonalnej poniżej dopuszczalnego minimum technicznego. Problem ten może być sformułowany i rozwiązany jako zadanie optymalizacji liniowej. W pracy przedstawiono model matematyczny zadania. Rozważania zilustrowano przykładem obliczeniowym.

BIBLIOGRAFIA

1. Kremens Z., Sobierajski M., Analiza systemów elektroenergetycznych, WNT, Warszawa 1996.
2. Polityka energetyczna Polski do 2030 roku, wersja dostępna na stronie internetowej: <http://www.mg.gov.pl/Gospodarka/Energetyka/Polityka+energetyczna>.
3. Sobierajski M., Słabosz S., Rojewski W., Optimal interconnecting wind generation into Polish power system, Modern Electric Power Systems, MEPS '10, September, 20–22, 2010, Wrocław, Institute of Electrical Power Engineering. Wrocław University of Technology.