# Calculations of Electromechanical Eigenvalues Based on Generating Unit Instantaneous Power and Angular Speed Waveforms at a Step Disturbance

# **Authors**

Piotr Pruski Stefan Paszek

## Keywords

power system, angular stability, eigenvalues associated with electromechanical phenomena, transient states

## Abstract

The paper presents the results of calculations of eigenvalues (associated with electromechanical phenomena) of a power system model state matrix made on the basis of analysis of disturbance waveforms of generating unit instantaneous power and angular speed. The waveforms that occur after introducing a disturbance in the form of a change in the voltage regulator reference voltage in one of the power system generating units were taken into account in the calculations. The power system model included the impact of a central frequency regulator. The eigenvalue calculation method used in the investigations consists in approximation of the analysed instantaneous power disturbance waveforms by the waveforms being a superposition of modal components associated with the searched eigenvalues and their participation factors. This approximation involves the minimisation of an objective function defined as the mean square error between the approximated and approximating waveforms. For minimisation of the objective function, a hybrid optimisation algorithm consisting of serially connected genetic and gradient algorithms was used. This combination allows one to eliminate fundamental drawbacks of both algorithms.

# DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2015207

# 1. Introduction

A power system will operate properly, ensuring the supply of electricity to customers, when its angular stability is maintained. A loss of a power system angular stability could result in a serious system failure, the consequence of which might be a vast number of customers deprived of electricity supply. The power system angular stability can be determined with use of angular stability factors [1] calculated on the basis of the system state matrix eigenvalues associated with electromechanical phenomena, hereinafter referred to as "electromechanical eigenvalues". These eigenvalues can be calculated based on the state matrix of the power system mathematical model linearised at a steady operating point, but in this case the calculation results indirectly depend on the assumed models of individual power system components and their parameters. The model parameters used in calculations are often not sufficiently accurate and reliable [2]. The eigenvalues can also be calculated with a good accuracy on the basis of analysis of actual disturbance waveforms appearing in the system after various disturbances [3, 4, 5]. In this case, calculation results are not affected by the assumed power system model and its parameters, but only by the current system performance [4].

### 2. The linearised power system model

The power system model linearised at the steady operating working is described by the state equation and output equation [3, 4, 6]:

$$\Delta \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A} \Delta \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\Delta y = C \Delta x + D \Delta u \tag{2}$$

where:

 $\Delta x$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta y$  – vectors of deviations from the steady values of, respectively: state variables, input variables (input functions) and output variables, *A* – state matrix. Matrix elements *A*, *B*, *C* and *D* from the power system state equation (1) and output equation (2) are calculated for a steady state operation [3, 4].

Waveforms of the linearised power system model output variables can be calculated directly by integrating the state equation (1), or on the basis of eigenvalues and eigenvectors of the state matrix *A*. An output variable waveform is the superposition of modal components dependent on eigenvalues and eigenvectors of the state matrix *A* [3, 4]. At a disturbance in the form of a step change in the *j*-th input variable  $\Delta u_j(t) = U1(t-t_0)$ , the waveform of the *i*-th output variable (at D = 0 and the assumption of occurrence of only single eigenvalues) has the form[4]:

$$\Delta y_i(t) = \sum_{h=1}^n K_{ih} \left( e^{\lambda_h(t-t_0)} - 1 \right) \Delta U, \quad t \ge t_0$$
(3)

whereas:

$$K_{ih} = F_{ih}\lambda_h^{-1}, \ F_{ih} = \boldsymbol{C}_i \boldsymbol{V}_h \boldsymbol{W}_h^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_j$$
(4)

where:

 $\lambda_h = \alpha_h + jv_h - h$ -th eigenvalue of the state matrix ;  $F_{ih}$  – participation factor of the *h*-th eigenvalue in the waveform of the *i*-th output variable;  $C_i - i$ -th row of the matrix C;  $V_h$ ,  $W_h - h$ -th righside and left-side eigenvectors of the state matrix, respectively;  $B_j - j$ -th column of the matrix B; n – dimension of the state matrix A. The values of  $\lambda_h$  and  $F_{ih}$  can be real or complex numbers [3].

# 2.1. Electromechanical eigenvalues of a power system

In the case of disturbance waveforms of the instantaneous power and angular speed of power system generating units, the oscillating modal components associated with electromechanical eigenvalues are important. These eigenvalues are complex and conjugate pairs. Their real parts are associated with the damping of modal components associated with them. A modal component is damped when the real part of the corresponding eigenvalue is negative. The smaller this real part, the greater the damping. The absolute values of imaginary parts of electromechanical eigenvalues equal the oscillation pulsations of the modal components associated with them, and typically amount to (0.63-12.6) rad/s. Therefore they correspond to the oscillation frequency range (0.1-2) Hz [3, 4].

These electromechanical eigenvalues influence in different ways the disturbance waveforms of output quantities of individual generating units due to different values of their complex, conjugate pairs of participation factors [3, 4].

# 3. The electromechanical eigenvalue calculation method

The disturbance waveforms of the deviations of instantaneous power  $\Delta P$  and angular speed  $\Delta \omega$  of generating units that occurred after the purposeful introduction of a small disturbance in the form of a change in the voltage regulator reference voltage  $V_{\text{ref}}$  [4] in one of the power system generating units were used in calculations.

The electromechanical eigenvalue calculation method used in the investigations consists in the approximation of disturbance waveforms in particular generating units by formula (3). The eigenvalues and their coefficients  $K_h$  in the analysed waveform are unknown parameters of this approximation. The waveform approximation consists in an iterative selection of its parameters so as to minimise the value of the objective function defined as the mean square error  $\varepsilon_w$  between the approximated and approximating waveforms [7]:

Acta Energetica

$$\varepsilon_{\rm w}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{F}) = \sum_{k=1}^{N} \left( \Delta W_{k({\rm m})} - \Delta W_{k({\rm a})}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{K}) \right)^2, \tag{5}$$

where:

 $\lambda$  – vector of eigenvalues,  $\Delta W$  – analysed variable deviation, K – vector of coefficients  $K_h$  determined for a particular waveform (defined according to equation (4)), k – waveform sample number, N – the number of waveform samples, index"m" denotes the approximated waveform, and index "a" – the approximating waveform, calculated on the basis of the eigenvalues and participation factors by formula (3).

For the objective function (5) minimisation, a hybrid optimisation algorithm, consisting of serially connected genetic and gradient algorithms was used. The results obtained from the genetic algorithm are the starting point for the gradient algorithm [1, 3, 4, 7]. From the investigations performed, it follows that not only the electromechanical eigenvalues, but also other eigenvalues affect the deviation waveforms of instantaneous power  $\Delta P$  and angular speed  $\Delta \omega$  significantly. In the case of the step disturbance, to enable proper approximation of the waveform  $\Delta P$ , only one equivalent aperiodic modal component should be taken into account, whereas to enable proper approximation of the waveform  $\Delta \omega$ , two equivalent aperiodic modal components should be considered. These equivalent modal components represent the impact of the modal components unrelated to electromechanical eigenvalues on these waveforms.

The waveforms  $\Delta P$  are calculated based on the voltage and current waveforms (phase or axial, that is calculated by Park's transformation [8]) of the generator stator. The waveforms  $\Delta \omega$  can be measured with the equipment developed at the Institute of Electrical Engineering and Computer Science, at the Faculty of Electrical Engineering of the Silesian University of Technology [9].

Due to the occurrence of many local minima of the objective function, where the optimisation algorithm can get stuck, the approximation process was carried out repeatedly based on the same waveform. The results with the objective functions larger than a certain preset limit were disregarded. The arithmetic means of the results not rejected in subsequent calculations were assumed to be the final results of the calculations of real and the imaginary parts of particular eigenvalues [3, 4].

# 4. Exemplary calculations

Exemplary calculations were carried out for the 7-machine test SEE CIGRE shown in Fig. 1. The waveforms that occurred after a disturbance in the form of the change in the voltage regulator reference voltage  $V_{\rm ref}$  of the unit G7, of height  $\Delta V_{\rm ref} = -5\% V_{\rm ref0}$  ( $V_{\rm ref0}$  is the initial voltage  $V_{\rm ref}$ ) were taken into account.



Fig. 1. The analysed 7-machine SEE CIGRE [7]

The SEE CIGRE model was developed in the Matlab-Simulink environment. In the calculations the following models were used: GENROU synchronous generator with nonlinear magnetization characteristics [6, 10, 11], static excitation system operating in the Polish Power System [6], IEEEG1 steam turbine [11] and PSS3B system stabilizer [6, 11].

The power system model includes a central frequency regulator (hereafter referred to as CRf in the paper) [12] whose model is presented in Fig. 2. The arithmetic mean of the deviations from the nominal values of the angular speeds of all generating units in the power system (at the output of "CRf\_mean" block) was assumed to be the input to the model. In the "CRf\_kl" block this signal is multiplied by gain factor  $k_{\rm I}$  and its sign is reversed. CRf\_Integrator output is transmitted to the G4 unit turbine controller and added to the turbine power setpoint.

Fig. 3 shows exemplary waveforms of the instantaneous power P and angular speed deviation  $\Delta \omega$  in G5 unit for three different values of  $k_{\rm I}$  coefficient. The value  $k_{\rm I} = 0$  means the CRf switched off. It follows from Fig. 3 that for  $k_{\rm I} = 0$  the values of the waveforms P and  $\Delta \omega$  in the steady state after the disturbance differ from their initial values. For  $k_{\rm I} > 0$  with increasing  $k_{\rm I}$ , the time of settling these waveforms to their initial values decreases.

Eigenvalues (including electromechanical eigenvalues) of the system state matrix can be calculated directly on the basis of the power system model and parameters in the Matlab – Simulink program. These electromechanical eigenvalues are called in the paper "original eigenvalues". The comparison of the eigenvalues calculated on the basis of the objective function (5) minimisation with the original eigenvalues was assumed as a measure of the calculation accuracy [3, 4].

In Tab. 1 the original eigenvalues of the analysed SEE CIGRE for various ratios  $k_{\rm I}$  are presented. The bold eigenvalues correspond to the ratio  $k_{\rm I} = 10$  taken into account in the further analysis, for which the satisfactory settling time of the waveform  $\Delta \omega$  was obtained.

It follows from Tab. 1 that the coefficient  $k_{\rm I}$  influences the electromechanical eigenvalues only slightly.



Fig. 2. Block diagram of the central frequency regulator model



Fig. 3. Exemplary waveforms of instantaneous power (a) and angular speed deviation (b) of G5 unit



k <sub>I</sub>	0	5	10
$\lambda_1$ , 1/s	-0.8805±j10.4425	-0.8784±j10.4437	-0.8763±j10.4448
$\lambda_2$ , 1/s	-0.8262±j10.6203	-0.8293±j10.6192	-0.8324±j10.6182
$\lambda_3$ , 1/s	-0.7632±j9.6686	-0.7630±j9.6686	-0.7627±j9.6686
$\lambda_4$ , 1/s	-0.5273±j8.7481	-0.5274±j8.7481	-0.5274±j8.7481
$\lambda_5$ , 1/s	-0.4165±j7.8724	-0.4165±j7.8724	-0.4165±j7.8724
$\lambda_6$ , 1/s	-0.1887±j6.5420	-0.1887±j6.5421	-0.1888±j6.5421

Tab. 1. Original eigenvalues of the SEE CIGRE for the analysed values of k<sub>I</sub> coefficient

# 4.1. Calculations of electromechanical eigenvalues

In Tab. 2 there are presented the absolute errors  $\Delta\lambda$  of calculations of the SEE CIGRE electromechanical eigenvalues based on the analysis of the disturbance waveforms of the deviations of instantaneous power  $\Delta P$  and angular speed  $\Delta\omega$  of individual generating units. The eigenvalues were not calculated on the basis of the waveforms, in which their participation factors were too small. In the table there are also listed the arithmetic means of the errors of the calculations of successive eigenvalues based on the waveforms of particular units. These means were assumed as the final results. The mean eigenvalues calculated do not take into account the results (with an asterisk) of real or imaginary parts significantly different from the other calculation results.

It follows from Tab. 2 that in most cases the satisfactory accuracy of the electromechanical eigenvalue calculations was achieved. The real and imaginary parts of the absolute errors of the calculations based on the waveforms of individual generating units were generally larger for the eigenvalues corresponding to stronger damped modal components which affected the power system angular stability insignificantly. Averaging the final results of eigenvalue calculations in most cases increased the calculation accuracy.

For example, Fig. 4 shows the disturbance waveforms of instantaneous power  $\Delta P$  and angular speed  $\Delta \omega$  of the unit G5, and the band of the approximating waveforms corresponding to the

Deviations of instantaneous power $\Delta P$							
Unit	$\Delta\lambda_1$ , 1/s	$\Delta\lambda_2$ , 1/s	$\Delta\lambda_3$ , 1/s	$\Delta\lambda_4$ , 1/s	$\Delta\lambda_5$ , 1/s	$\Delta\lambda_{6}$ , 1/s	
G1	-	-	-	–0.0554∓j0.1394	-	–0.0188∓j0.0120	
G2	-	-0.3415 ± j0.5842 *	0.1858∓j0.1422*	–0.0127∓j0.0544	-	0.0130∓j0.0481	
G3	-	-0.1927 ± j0.1951 *	0.1737∓j0.1539*	-	–0.0132∓j0.0104	0.0088∓j0.0284	
G4	0.1612±j0.1324	-0.0806 ± j0.0879	0.1208∓j0.0554	-	0.0908∓j0.0253	–0.0240∓j0.0354	
G5	0.4910∓j0.8696 *	0.4159∓j0.3354*	0.0684∓j0.1978	-	0.0389 ± j0.1211	$0.0502 \pm j0.0509$	
G6	–0.0155∓j0.0828	–0.0135 ± j0.1253	0.0128∓j0.1649	-	-0.0084 ± j0.0851	0.0104 ± j0.0201	
G7	-	-	–0.0051∓j0.1524	-	0.0443∓j0.0804	0.0098∓j0.0192	
Average	0.0729 ± j0.0201	–0.0471 ± j0.1066	0.0492∓j0.1426	–0.0341∓j0.0969	0.0305 ± j0.0180	0.0071∓j0.0103	
	Deviations of angular speed $\Delta \omega$						
Unit	$\Delta\lambda_1$ , 1/s	$\Delta\lambda_2$ , 1/s	$\Delta\lambda_3$ , 1/s	$\Delta\lambda_4$ , 1/s	$\Delta\lambda_5$ , 1/s	$\Delta\lambda_{6}$ , 1/s	
G1	-	-	-	0.0455∓j0.0753	-	–0.0164∓j0.0033	
G2	-	0.2829∓j0.0692 *	0.3118∓j3.8641 *	–0.0348∓j0.2780	-	–0.0129∓j0.0612	
G3	-	0.5046∓j2.5221 *	0.2755∓j0.3413*	-	-0.0206∓j0.0029	–0.0157∓j0.1002	
G4	0.0703∓j0.5372	-0.1066∓j0.0712	0.0623∓j0.2781	-	0.0874∓j0.2137	0.0253∓j0.1113	
G5	-0.0857 ± j0.7264	-	–0.0599∓j0.1207	-	0.0612∓j0.0057	–0.0235∓j0.1121	
G6	-0.0550 ± j0.4136	-0.0211∓j0.1488	-0.0239∓j0.1346	-	–0.0007∓j0.1343	-0.0274 ± j0.0418	
G7	-	-	-0.0338∓j0.1724	-	0.0228∓j0.1292	0.0304∓j0.0789	
Average	-0.0235 ± j0.2009	-0.0639∓j0.1100	-0.0138∓j0.1764	0.0053∓j0.1767	0.0300∓j0.0972	–0.0057∓j0.0607	



Fig. 4. Exemplary waveforms of instantaneous power (a) and angular speed (b) deviations in unit G5

non-rejected calculation results. This band determines the range of the output value changes, which contains all the approximating waveforms corresponding to individual calculation results.

It can be seen in Fig. 4 that the approximation accuracy for the waveforms  $\Delta P$  was better than that for the waveforms  $\Delta \omega$ . This was also the case for the waveforms of the SEE CIGRE other generating units. Nevertheless, the accuracy of the final results of eigenvalue calculations was generally higher for the waveforms  $\Delta \omega$ .

# 5. Summary

The investigations performed allowed formulating the following conclusions:

- It is possible to calculate with a good accuracy the electromechanical eigenvalues based on the analysis of the waveforms of instantaneous power and angular speed occurring after a step disturbance in the voltage regulator system of a generating unit. The good accuracy of the calculations was achieved on the basis of the analysis of most waveforms, in which the eigenvalues had sufficiently large absolute values of coefficients K<sub>h</sub>.
- Assumption of the arithmetic means of the eigenvalues determined on the basis of the analysis of various waveforms as the final calculation results enabled increasing the calculation accuracy. In general, the accuracy of the final results of calculations of individual eigenvalues was higher for the angular speed waveforms than for the instantaneous power waveforms.
- The use of a central frequency regulator in the power system model allowed for obtaining the nominal angular speeds in all the generating units in the power system in the steady state after the step disturbance.

## REFERENCES

 Paszek S., Nocoń A., The method for determining angular stability factors based on power waveforms, AT&P Journal Plus2, Power System Modelling and Control, Bratislava, Slovak Republic 2008, pp. 71–74.

- Cetinkaya H.B., Ozturk S., Alboyaci B., Eigenvalues Obtained with Two Simulation Packages (SIMPOW and PSAT) and Effects of Machine Parameters on Eigenvalues, Electrotechnical Conference, 2004, MELECON 2004, Proceedings of the 12th IEEE Mediterranean, Vol. 3, pp. 943–946.
- 3. Pruski P., Paszek S., Analiza dokładności obliczeń elektromechanicznych wartości własnych na podstawie różnych przebiegów zakłóceniowych w systemie elektroenergetycznym [Analysis of calculation accuracy of electromechanical eigenvalues based on different disturbance waveforms in a power system], "Elektryka" Quarterly 2013, Gliwice, Vol. 2, pp. 15–22.
- Pruski P., Paszek S., Obliczenia elektromechanicznych wartości własnych na podstawie symulacyjnych i pomiarowych przebiegów mocy chwilowej zespołów wytwórczych [Calculations of electromechanical eigenvalues based on simulation and measurement instantaneous power waveforms of generating units], "Elektryka" Quarterly 2012, Gliwice, Vol. 2, pp. 71–88.
- 5. Saitoh H. et al., On-line modal analysis based on synchronized measurement technology, Proc. of International Conference on Power System Technology, 2002, pp. 817–822.
- 6. Paszek S., Wybrane metody oceny i poprawy stabilności kątowej systemu elektroenergetycznego [Selected methods for assessment and improvement of power system angular stability], Silesian University of Technology Publishers, Gliwice 2012.
- 7. Pruski P., Paszek S., Determination of electromechanical eigenvalues based on analysis of different disturbance waveforms of a power system, *Computer Applications in Electrical Engineering*, Poznań, 2014, Vol. 12, pp. 130–143.
- 8. Paszek W., Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego [AC electrical machines dynamics], Helion, 1998.
- Nocoń A., Prosta metoda pomiaru kąta obciążenia generatora synchronicznego [Simple method for measurement of synchronous generator load angle], XXXV International Conference on Fundamentals of Electrotechnics and Circuit Theory, IC-SPETO 2012, Gliwice – Ustroń, 23–26.05.2012, pp. 119–120.
- Mello de F.P., Hannett L.H., Representation of Saturation in Synchronous Machines. IEEE Transactions on Power Systems 1986, Vol. PWRS-1, November, No. 4, pp. 8–18.

- 11. Power Technologies, a Division of S&W Consultants Inc.: Program PSS/E Application Guide, Siemens Power Technologies Inc., 2002.
- 12. Machowski J., Regulacja i stabilność systemu elektroenergetycznego [Power system's regulation and stability], Warsaw University of Technology Publishers, Warsaw 2007.

### **Piotr Pruski**

Silesian University of Technology

e-mail: piotr.pruski@polsl.pl

Graduated with distinction as MSc. Eng. from the Faculty of Electrical Engineering of the Silesian University of Technology (2009). He defended, also with distinction, his doctoral thesis at the same Faculty (2013). He works at the Institute of Electrical Engineering and Computer Science . His research interests include power system performance analysis, optimisation algorithms, digital signal processing and programming. In 2011-2014 awarded collective II-grade Rector prizes for academic achievements. Author and co-author of 48 publications, incl. one monograph.

#### **Stefan Paszek**

Silesian University of Technology

e-mail: stefan.paszek@polsl.pl

He works at the Institute of Electrical Engineerong and Computer Science. His research interests include: power system analysis in transient states, power system angle stability, optimisation and polyoptimisation of system stabilizers and voltage regulators of synchronous generators, estimation of parameters of generating unit models in power system, new models of synchronous generators using the artificial neural network technology, application of fuzzy controllers in electric machines regulation systems. Author and co-author of 171 publications, incl. 5 monographies. Co-author of three academic textbooks.



-(PL)

# Obliczenia elektromechanicznych wartości własnych na podstawie przebiegów mocy chwilowej i prędkości kątowej zespołów wytwórczych przy zakłóceniu skokowym

#### Autorzy Piotr Pruski Stefan Paszek

# Słowa kluczowe

system elektroenergetyczny, stabilność kątowa, wartości własne związane ze zjawiskami elektromechanicznymi, stany nieustalone

#### Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń wartości własnych (związanych ze zjawiskami elektromechanicznymi) macierzy stanu modelu systemu elektroenergetycznego (SEE), dokonane na podstawie analizy przebiegów zakłóceniowych mocy chwilowej i prędkości kątowej zespołów wytwórczych SEE. Wzięto pod uwagę przebiegi występujące po wprowadzeniu zakłócenia w postaci skokowej zmiany napięcia zadanego regulatora napięcia w jednym z zespołów wytwórczych SEE. W wykorzystanym modelu SEE uwzględniono oddziaływanie centralnego regulatora częstotliwości. Wykorzystana w artykule metoda obliczeń wartości własnych polega na aproksymacji analizowanych przebiegów zakłóceniowych za pomocą przebiegów stanowiących superpozycję składowych modalnych związanych z poszukiwanymi wartościami własnymi i ich czynnikami udziału. Aproksymacja ta polega na minimalizacji funkcji celu określonej jako błąd średniokwadratowy, występujący między przebiegiem aproksymowanym i aproksymującymi algorytmu genetycznego i gradientowego. Połączenie to pozwala na wyeliminowanie podstawowych wad obu algorytmów.

#### 1. Wstęp

System elektroenergetyczny (SEE) będzie pracował prawidłowo, zapewniając dostawę energii elektrycznej do odbiorców, gdy zostanie zachowana jego stabilność kątowa. Utrata stabilności kątowej SEE może spowodować wystąpienie poważnej awarii systemowej, której skutkiem może być pozbawienie zasilania bardzo dużej liczby odbiorców. Stabilność kątową SEE można określić przy wykorzystaniu wskaźników stabilności kątowej [1], które są obliczane na podstawie wartości własnych macierzy stanu SEE związanych ze zjawiskami elektromechanicznymi, zwanych w artykule "elektromechanicznymi wartościami własnymi". Te wartości własne można obliczyć na podstawie macierzy stanu zlinearyzowanego w ustalonym punkcie pracy modelu matematycznego SEE, jednak w tym przypadku wyniki obli-czeń zależą pośrednio od przyjętych modeli poszczególnych elementów SEE i wartości ich przytych wytywystruwytych w bli ich parametrów. Wykorzystywane w obliczeniach wartości parametrów tych modeli często nie są dostatecznie dokładne i wiary-godne [2]. Elektromechaniczne wartości własne można także obliczyć z dobrą dokładnością na podstawie analizy rzeczywistych przebiegów nieustalonych, które pojawiają się w SEE po różnych zakłóceniach [3, 4, 5]. Wtedy na wyniki obliczeń nie wpływa przyjęty model SÉE i jego parametry, tylko rzeczy-wisty, aktualny stan pracy SEE [4].

#### 2. Zlinearyzowany model SEE

Zlinearyzowany w ustalonym punkcie pracy model SEE opisany jest równaniem stanu i równaniem wyjścia [3, 4, 6]:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u$$

$$\Delta y = C \Delta x + D \Delta u$$

gdzie:

 $\Delta x$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta y$  – wektory odchyłek od wartości

ustalonych odpowiednio: zmiennych stanu, zmiennych wejściowych (wymuszeń) i zmiennych wyjściowych, A – macierz stanu. Elementy macierzy A, B, C i D z równania stanu (1) i równania wyjścia (2) SEE są obliczane dla ustalonego stanu pracy [3, 4].

Przebiegi czasowe wielkości wyjściowych zlinearyzowanego modelu SEE można obliczyć, całkując numerycznie równanie (1) lub na podstawie wartości własnych i wektorów własnych macierzy stanu *A*. Przebieg każdej wielkości wyjściowej stanowi superpozycję składowych modalnych zależnych od wartości własnych i wektorów własnych macierzy *A* [3, 4]. Przy zakłóceniu w postaci skokowej zmiany j-tej wielkości wejściowej  $\Delta u_j(t) = \Delta U 1(t-t_0)$  przebieg *i*-tej wielkości wystę-powania tylko jednokrotnych wartości własnych) ma postać [4]:

$$\Delta y_i(t) = \sum_{h=1}^n K_{ih} \left( e^{\lambda_h (t-t_0)} - 1 \right) \Delta U, \quad t \ge t_0$$
(3)

przy czym:

$$K_{ih} = F_{ih}\lambda_h^{-1}, \qquad F_{ih} = \boldsymbol{C}_i \boldsymbol{V}_h \boldsymbol{W}_h^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B}_j \quad (4)$$

(1)

(2)

 $\lambda_h = \alpha_h + jv_h - h$ -ta wartość własna macierzy stanu;  $F_{ih}$  – czynnik udziału *h*-tej wartości własnej w przebiegu *i*-tej wielkości wyjściowej;  $C_i$  – *i*-ty wiersz macierzy C;  $V_{h}$ ,  $W_h$  – *h*-ty prawostronny i lewostronny wektor własny macierzy stanu;  $B_j$  – *j*-ta kolumna macierzy B; *n* – wymiar

macierzy stanu *A*. Wartości  $\lambda_h$  oraz  $F_{ih}$  mogą być rzeczywiste lub zespolone [3].

#### 2.1. Elektromechaniczne

wartości własne SEE

W przypadku przebiegów zakłóceniowych mocy chwilowej i prędkości kątowej zespołów wytwórczych SEE duże znaczenie mają oscylacyjne składowe modalne związane z elektromechanicznymi wartościami własnymi. Te wartości własne są zespolone, parami sprzężone. Ich części rzeczywiste związane są z tłumieniem odpowiadających im składowych modalnych. Tłumienie składowej modalnej występuje, gdy część rzeczywista odpowiadającej jej wartości własnej jest ujemna. Im mniejsza jest ta cześć rzeczy wista, tym większe jest tłumienie. Moduły części urojonych elektromechanicznych wartości własnych równe są pulsacjom oscy-lacji związanych z nimi składowych modalnych i mieszczą się zwykle w przedziale (0,63–12,6) rad/s. Odpowiadają więc zakresowi częstotliwości oscylacji (0,1-2) Hz [3, 4].

Te wartości własne w różny sposób ingerują w przebiegach zakłóceniowych wielkości wyjściowych poszczególnych zespołów wytwórczych, co jest związane z różnymi wartościami ich zespolonych, parami sprzężonych czynników udziału [3, 4].

3. Metoda obliczeń elektromechanicznych wartości własnych

W obliczeniach wykorzystano przebiegi zakłóceniowe odchyłek mocy chwilowych  $\Delta P$  oraz prędkości kątowych  $\Delta \omega$ zespołów wytwórczych, występujące po celowym wprowadzeniu małego zakłócenia do układu regulacji napięcia jednego z zespołów wytwórczych SEE. Przyjęto zakłócenie w postaci skokowej zmiany w przebiegu napięcia zadanego regulatora napięcia  $V_{\rm ref}$  [4].

Wykorzystana w badaniach metoda obliczeń elektromechanicznych wartości własnych polega na aproksymacji przebiegów zakłóceniowych poszczególnych



Rys. 1. Analizowany 7-maszynowy SEE CIGRE [7]



Rys. 2. Schemat blokowy modelu centralnego regulatora częstotliwości



Rys. 3. Przykładowe przebiegi mocy chwilowej (a) oraz odchyłki prędkości kątowej (b) zespołu G5

k <sub>1</sub>	0	5	10
$\lambda_1, 1/s$	-0,8805±j10,4425	-0,8784±j10,4437	-0,8763±j10,4448
$\lambda_2$ , 1/s	-0,8262±j10,6203	-0,8293±j10,6192	-0,8324±j10,6182
$\lambda_3$ , 1/s	-0,7632±j9,6686	-0,7630±j9,6686	-0,7627±j9,6686
$\lambda_4$ , 1/s	-0,5273±j8,7481	-0,5274±j8,7481	-0,5274±j8,7481
$\lambda_5$ , 1/s	-0,4165±j7,8724	-0,4165±j7,8724	-0,4165±j7,8724
λ <sub>6</sub> , 1/s	-0,1887±j6,5420	-0,1887±j6,5421	–0,1888±j6,5421

Tab. 1. Oryginalne wartości własne SEE CIGRE dla analizowanych wartości współczynnika  $k_{\rm I}$ 

zespołów wytwórczych na podstawie wyra-żenia (3). Wartości własne i ich współczynniki K<sub>h</sub> w analizowanym przebiegu są nieznanymi parametrami tej aproksymacji. Aproksymacja przebiegów polega na iteracyjnym doborze jej parametrów, tak aby

zminimalizować wartość funkcji celu zdefiniowanej jako błąd średniokwadratowy  $\varepsilon_w$ , występujący między przebiegiem aproksymowanym a aproksymującym [7]:

$$\varepsilon_{w}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{F}) = \sum_{k=1}^{N} \left( \Delta W_{k(m)} - \Delta W_{k(a)}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{K}) \right)^{2}$$
<sup>(5)</sup>

ActaEnergetica

gdzie:  $\lambda - w$ 

– wektor wartości własnych,  $\Delta W$  – przebieg odchyłki analizowanej wielkości, *K* – wektor współczynników *K<sub>h</sub>* określonych dla poszczególnego przebiegu (zdefiniowanych w zależności 4), k – numery próbek przebiegów, N – liczba próbek przebiegów, indeks "m" oznacza przebieg aproksymowany, a indeks "a" - przebieg aproksymujący, obliczony na podstawie wartości własnych i czynników udziału według wzoru (3). Do minimalizacji funkcji celu (5) wykorzystano hybrydowy algorytm optymalizacyjny, będący szeregowym połączeniem algorytmów genetycznego i gradientowego.

Wyniki uzyskane przy użyciu algorytmu genetycznego stanowią punkt startowy dla algorytmu gradientowego [1, 3, 4, 7]. Z przeprowadzonych badań wynika, że w przebiegach odchyłek mocy chwilowej  $\Delta P$  oraz prędkości kątowej  $\Delta \omega$  ingerują w znaczący sposób nie tylko elektromechaniczne wartości własne, ale także inne wartości własne. W przypadku zakłócenia skokowego w celu umożliwienia poprawnej aproksymacji przebiegu  $\Delta P$ należv uwzględnić jedną zastępczą aperiodyczną składową modalną, natomiast w celu umożliwienia poprawnej aproksymacji przebiegu  $\Delta \omega$  należy uwzględnić dwie zastępcze aperiodyczne składowe modalne. Te zastępcze składowe modalne odwzorowują wpływ składowych modalnych niezwiązanych z elektromechanicznymi wartościami własnymi na te przebiegi.

Przebiegi  $\Delta P$  obliczane są na podstawie przebiegów napięć i prądów twornika generatora (fazowych lub osiowych, czyli obliczonych poprzez transformację Parka [8]). Pomiary przebiegów  $\Delta \omega$  są możliwe przy użyciu aparatury opracowanej w Instytucie Elektrotechniki i Informatyki Wydziału Elektrycznego Politechniki Śląskiej [9]

Z powodu występowania dużej liczby minimów lokalnych funkcji celu, w których algorytm optymalizacyjny może utknąć, proces aproksymacji przeprowadzano wielokrotnie na podstawie tego samego przebiegu. Odrzucano wyniki o wartościach funkcji celu większych niż pewna przyjęta wartość graniczna. Jako wynik końcowy obliczeń części rzeczywistych i części urojonych poszczególnych wartości własnych przyjęto średnie arytmetyczne z wyników nieodrzuconych w kolejnych obliczeniach [3, 4].

#### 4. Przykładowe obliczenia

Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla 7-maszynowego testowego SEE CIGRE przedstawionego na rys. 1. Wzięto pod uwagę przebiegi występujące po wprowadzeniu zakłócenia skokowego w przebiegu napięcia zadanego regulatora napięcia  $V_{\rm ref}$ zespołu G7, o wysokości  $\Delta V_{ref} = -5\% V_{ref0}$ ( $V_{ref0}$  oznacza wartość początkową napięcia  $V_{ref1}$ ).

Model SEE CIGRE opracowano w środowisku Matlab-Simulink. W przeprowadzonych obliczeniach wykorzystano modele: generatora synchronicznego GENROU z nieliniową charakterystyką magneso-wania [6, 10, 11], statycznego układu wzbudzenia, pracującego w Krajowym Systemie Elektroenergetycznym [6], turbiny parowej



Przebiegi odchyłek mocy chwilowej $\Delta P$							
Zesp.	$\Delta\lambda_1$ , 1/s	$\Delta\lambda_2$ , 1/s	$\Delta\lambda_3$ , 1/s	$\Delta\lambda_4$ , 1/s	$\Delta\lambda_5$ , 1/s	$\Delta\lambda_{6}$ , 1/s	
G1	-	-	-	–0,0554∓j0,1394	-	–0,0188∓j0,0120	
G2	-	–0,3415±j0,5842 *	0,1858∓j0,1422 *	–0,0127∓j0,0544	-	0,0130∓j0,0481	
G3	-	–0,1927±j0,1951 *	0,1737∓j0,1539 *	-	–0,0132∓j0,0104	0,0088∓j0,0284	
G4	0,1612±j0,1324	-0,0806±j0,0879	0,1208∓j0,0554	-	0,0908∓j0,0253	–0,0240∓j0,0354	
G5	0,4910∓j0,8696 *	0,4159∓j0,3354 *	0,0684∓j0,1978	-	0,0389±j0,1211	0,0502±j0,0509	
G6	–0,0155∓j0,0828	-0,0135±j0,1253	0,0128∓j0,1649	-	-0,0084±j0,0851	0,0104±j0,0201	
G7	-	-	–0,0051∓j0,1524	-	0,0443∓j0,0804	0,0098∓j0,0192	
Średnia	0,0729±j0,0248	-0,0471±j0,1066	0,0492∓j0,1426	-0,0341 ±j0,0969	0,0305±j0,0180	0,0071∓j0,0103	
	Przebiegi odchyłek prędkości kątowej $\Delta \omega$						
Zesp.	$\Delta\lambda_1$ , 1/s	$\Delta\lambda_2$ , 1/s	$\Delta\lambda_3$ , 1/s	$\Delta\lambda_4$ , 1/s	$\Delta\lambda_5$ , 1/s	$\Delta\lambda_{6}$ , 1/s	
G1	-	-	-	0,0455∓j0,0753	-	–0,0164∓j0,0033	
G2	-	0,2829∓j0,0692 *	0,3118∓j3,8641 *	–0,0348∓j0,2780	-	–0,0129∓j0,0612	
G3	-	0,5046∓j2,5221 *	0,2755∓j0,3413 *	-	–0,0206∓j0,0029	–0,0157∓j0,1002	
G4	0,0703∓j0,5372	–0,1066∓j0,0712	0,0623∓j0,2781	-	0,0874∓j0,2137	0,0253∓j0,1113	
G5	-0,0857±j0,7264	-	–0,0599∓j0,1207	-	0,0612∓j0,0057	–0,0235∓j0,1121	
G6	-0,0550±j0,4136	–0,0211∓j0,1488	–0,0239∓j0,1346	-	-0,0007∓j0,1343	-0,0274±j0,0418	
G7	-	-	–0,0338∓j0,1724	-	0,0228∓j0,1292	0,0304∓j0,0789	
Średnia	-0,0235±j0,2009	–0,0639∓j0,1100	–0,0138∓j0,1764	0,0053∓j0,1767	0,0300∓j0,0972	–0,0057∓j0,0607	

Tab. 2. Błędy bezwzględne obliczeń wartości własnych na podstawie przebiegów  $\Delta P$ oraz $\Delta \omega$ 



Rys. 4. Przykładowe przebiegi odchyłek mocy chwilowej (a) i prędkości kątowej (b) zespołu G5

IEEEG1 [11] i stabilizatora systemowego PSS3B [6, 11].

W modelu SEE uwzględniono centralny regulator częstotliwości (oznaczony w artykule skrótem CRf) [12], którego model zaprezentowano na rys. 2. Jako sygnał wejściowy tego modelu przyjęto średnią arytmetyczną odchyłek od wartości znamionowych prędkości kątowych wszystkich zespołów wytwórczych SEE (na wyjściu bloku "CRf\_mean"). W bloku "CRf\_kl" sygnał ten jest mnożony przez współczynnik wzmocnienia  $k_{\rm I}$  oraz zmieniany jest jego znak. Na wyjściu bloku CRf\_Integrator otrzymuje się sygnał wyjściowy, który jest przekazywany do regulatora turbiny zespołu G4 i dodawany do wartości zadanej mocy turbiny. Rys. 3 przedstawia przykładowe przebiegi mocy chwilowej *P* oraz odchyłki prędkości kątowej  $\Delta \omega$  zespołu G5 dla trzech różnych wartości współczynnika  $k_{\rm I}$ . Wartość  $k_{\rm I} = 0$  oznacza wyłączenie CRf.

Z rys. 3 wynika, że przy  $k_{\rm I} = 0$  wartości ustalone przebiegów *P* i  $\Delta \omega$  po zakłóceniu różnią się od ich wartości początkowych. Dla  $k_{\rm I} > 0$  wraz ze wzrostem  $k_{\rm I}$  maleje czas ustalania się tych przebiegów do ich wartości początkowych.

Wartości własne (w tym elektromechaniczne wartości własne) macierzy stanu SEE można obliczyć bezpośrednio na podstawie modelu i parametrów SEE w programie Matlab-Simulink. Obliczone w ten sposób elektromechaniczne wartości własne są nazywane w artykule "oryginalnymi wartościami własnymi". Porównanie wartości własnych, obliczonych na podstawie minimalizacji funkcji celu (5) i oryginalnych wartości własnych, przyjęto jako miarę dokładności obliczeń [3, 4]. W tab. 1 przedstawiono oryginalne wartości własne analizowanego SEE CIGRE dla różnych wartości współczynnika  $k_{\rm I}$ . Pogrubiono wartości własne odpowiadające uwzględnionej w dalszej analizie wartości współczynnika  $k_{\rm I} = 10$ , dla której uzyskano zadowalający czas ustalania się przebiegu  $\Delta \omega$ .

Z tab. 1 wynika, że wartość współczynnika  $k_{\rm I}$  tylko nieznacznie wpływa na elektromechaniczne wartości własne.

# 4.1. Obliczenia elektromechanicznych wartości własnych

W tab. 2 przedstawiono błędy bezwzględne  $\Delta\lambda$  obliczeń elektromechanicznych wartości własnych SEE CIGRE, na podstawie analizy przebiegów zakłóceniowych odchyłek mocy chwilowych  $\Delta P$  i prędkości kątowych  $\Delta \omega$  poszczególnych zespołów wytwórczych. Wartości własne nie były obliczane na podstawie przebiegów, w których miały zbyt małe moduły czynników udziału. W tabeli zestawiono także średnie arytmetyczne błędów uzyskanych wyników obliczeń kolejnych wartości własnych na podstawie przebiegów poszczególnych zespołów. Srednie te przyjęto jako wyniki końcowe obliczeń. Obliczone średnie wartości własne nie uwzględniają wyników (oznaczonych gwiazdką) o częściach rzeczywistych lub



urojonych znacznie różniących się od pozostałych wyników obliczeń.

Z tab. 2 wynika, że w większości przypadków uzyskano zadowalającą dokładność obliczeń elektromechanicznych wartości własnych. Części rzeczywiste i części urojone błędów bezwzględnych obliczeń na podstawie przebiegów poszczególnych zespołów na ogół były większe dla wartości własnych, odpowiadających silniej tłumionym składowym modalnym, mających niewielkie znaczenie dla stabilności kątowej SEE. Uśrednianie wyników końcowych obliczeń wartości własnych w większości przypadków zwiększyło dokładność obliczeń.

Przykładowo na rys. 4 przedstawiono przebiegi zakłóceniowe mocy chwilowej  $\Delta P$ i prędkości kątowej  $\Delta \omega$  zespołu G5 oraz pasma przebiegów aproksymujących, odpowiadających nieodrzuconym wynikom obliczeń. Pasmo to określa zakres zmian prędkości kątowej, w którym zawierają się wszystkie przebiegi aproksymujące, odpowiadające poszczególnym wynikom obliczeń.

Z rys. 4 wynika, że dokładność aproksymacji przebiegów  $\Delta P$  była lepsza niż przebiegów  $\Delta \omega$ . Działo się tak również w przypadku przebiegów innych zespołów wytwórczych SEE CIGRE. Mimo to dokładność wyników końcowych obliczeń wartości własnych na ogół była większa dla przebiegów  $\Delta \omega$ .

5. Podsumowanie

Przeprowadzone badania pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków:

 Możliwe jest obliczenie z dobrą dokładnością elektromechanicznych wartości własnych na podstawie analizy przebiegów mocy chwilowej i prędkości kątowej pojawiających się po wprowadzeniu zakłócenia skokowego w układzie regulacji napięcia jednego z zespołów wytwórczych. Uzyskano dobrą dokładność obliczeń na podstawie analizy większości przebiegów, w których wartości własne miały dostatecznie duże moduły współczynników  $K_h$ .

- czynników K<sub>h</sub>.
  Przyjęcie wyników końcowych obliczeń jako średnich arytmetycznych wartości własnych wyznaczonych na podstawie analizy różnych przebiegów pozwoliło na zwiększenie dokładności obliczeń. Dokładność wyników końcowych obliczeń poszczególnych wartości własnych na ogół była większa dla przebiegów prędkości kątowej niż dla przebiegów mocy chwilowej.
- Zastosowanie centralnego regulatora częstotliwości w modelu SEE umożliwia uzyskanie znamionowych prędkości kątowych wszystkich zespołów wytwórczych SEE w stanie ustalonym po zakłóceniu skokowym.

**Bibliografia** 

- Paszek S., Nocoń A., The method for determining angular stability factors based on power waveforms, AT&P Journal Plus2, Power System Modeling and Control, Bratislava, Slovak Republic 2008, s. 71–74.
- 2. Cetinkaya H.B., Ozturk S., Alboyaci B., Eigenvalues Obtained with Two Simulation Packages (SIMPOW and PSAT) and Effects of Machine Parameters on Eigenvalues, Electrotechnical Conference, 2004, MELECON 2004, Proceedings of the 12th IEEE Mediterranean, Vol. 3, s. 943–946.
- Pruski P., Paszek S., Analiza dokładności obliczeń elektromechanicznych wartości własnych na podstawie różnych przebiegów zakłóceniowych w systemie elektroenergetycznym, *Kwartalnik "Elektryka*" 2013, Gliwice, z. 2–3, s. 15–22.

- Pruski P., Paszek S., Obliczenia elektromechanicznych wartości własnych na podstawie symulacyjnych i pomiarowych przebiegów mocy chwilowej zespołów wytwórczych, *Kwartalnik* "*Elektryka*" 2012, Gliwice, z. 2, s. 71–88.
- 5. Saitoh H. i in., On-line modal analysis based on synchronized measurement technology, Proc. of International Conference on Power System Technology, 2002, s. 817–822.
- 6. Paszek S., Wybrane metody oceny i poprawy stabilności kątowej systemu elektroenergetycznego, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2012.
- 7. Pruski P., Paszek S., Determination of electromechanical eigenvalues based on analysis of different disturbance waveforms of a power system, *Computer Applications in Electrical Engineering* 2014, Vol. 12, s. 130–143.
- Paszek W., Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego, Helion, 1998.
- Nocoń A., Prosta metoda pomiaru kata obciążenia generatora synchronicznego, XXXV Międzynarodowa Konferencja z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów, IC-SPETO 2013, Gliwice – Ustroń, 23–26.05.2013, s. 119–120.
- Mello de F.P., Hannett L.H., Representation of Saturation in Synchronous Machines. IEEE Transactions on Power Systems 1986, Vol. PWRS-1, November, No. 4, s. 8–18.
- 11. Power Technologies, a Division of S&W Consultants Inc.: Program PSS/E Application Guide, Siemens Power Technologies Inc., 2002.
- Machowski J., Regulacja i stabilność systemu elektroenergetycznego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2007.

#### **Piotr Pruski**

dr inż

Politechnika Śląska

e-mail: piotr.pruski@polsl.pl

Ukończył z wyróżnieniem studia magisterskie na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach (2009). Obronił, także z wyróżnieniem, rozprawę doktorską na tym samym wydziale (2013). Pracuje w Instytucie Elektrotechniki i Informatyki. Jego zainteresowania badawcze to: analiza pracy systemu elektroenergetycznego, algorytmy optymalizacyjne, cyfrowe przetwarzanie sygnałów oraz programowanie. Otrzymał zespołowe nagrody rektora stopnia II za osiągnięcia naukowe (2011–2014). Autor i współautor 48 publikacji, w tym 1 monografii.

#### Stefan Paszek

prof. dr hab. inż.

Politechnika Śląska

e-mail: stefan.paszek@polsl.pl

Pracuje w Instytucie Elektrotechniki i Informatyki. Jego zainteresowania naukowe to: analiza systemu elektroenergetycznego (SEE) w stanach nieustalonych, stabilność kątowa SEE, optymalizacja i poliotymalizacja stabilizatorów systemowych oraz regulatorów napięcia generatorów synchronicznych, estymacja parametrów modeli zespołów wytwórczych SEE, nowe modele generatorów synchronicznych przy zastosowaniu techniki sztucznych sieci neuronowej, zastosowanie regulatorów rozmytych w układach regulacji maszyn elektrycznych.

Autor i współautor 171 publikacji, w tym 5 monografii. Współautor 3 podręczników akademickich.