# Synchronous Generator Model with Nonlinear Magnetic Circuit

#### Author

Dariusz Spałek

#### Keywords

synchronous generator, nonlinear magnetic circuit, numerical model

#### Abstract

A synchronous generator with voltage controller is a system whose work describes the ordinary differential equation set for the equivalent circuits. For the nonlinear magnetic circuit of a synchronous generator (stator and rotor saturation) the differential set is nonlinear. The solution of such a problem needs to develop the appropriate model for numerical simulations of the generator. First of all, the generator model type e.g. (1,1), (2,2), (3,3) or other should be chosen. Furthermore, the equivalent parameters for the model of synchronous generator should be chosen. The nonlinearity of magnetic circuit leads to changes of some equivalent parameters and additional numerical computations. There is a numerical program developed in C++ for simulations of transients in order to investigate their sensitivity to generator nonlinearity (saturation effect) and equivalent parameters values. The described program (available at www.elektr.polsl.pl/dspalek/) enables to decide whether the nonlinearity for d/q axis should be taken into account and which equivalent parameters are of high importance. Subsequently, the presented model leads to conclusions on which parameters should influence significantly synchronous generator work in a power system.

# DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2013412

## 1. Synchronous generator model

## 1.1. Introduction

The numerical investigation of synchronous generator work is an important problem for both generator and network analysis. An a pproach to the transient states requires the sufficient model of synchronous generator. The important question is which model of synchronous generator should be used. The synchronous generator and voltage controller have been described by ordinary differential equations set. The models which enable investigating the influence of the circuit parameters for numerical simulations result has been developed. A numerical program has been developed that could be helpful for presenting the influence of nonlinearity of a circuit and its parameters on synchronous generator transients. This numerical program can point out the synchronous generator model parameters and d/q axis nonlinearity influence. The program in C++ is available at http://www.elektr.polsl.pl/dspalek/.

#### 1.2. Synchronous generator

The circuit models are often used for generator transient state analysis [1, 2, 3]. One of the most popular are those of complex notation which are based on the linear transformation of phase currents and voltages Fig. 1. The circuit models results in the general form results from the two-axis linear transformation of phase currents  $i_A$ ,  $i_B$ ,  $i_C$  and voltages  $u_A$ ,  $u_B$ ,  $u_C$  (for stator) and for rotor quantities. The equivalent circuit model for three phase synchronous generator for complex currents and voltages is presented in Fig. 2.



Fig. 1. Synchronous generator equivalent circuit

The main theoretical problem is to introduce the equivalent circuit scheme that represents the magnetic mutual inductances

between all circuits. Only for linear magnetic circuit the magnetic fluxes and currents are proportional, i.e.

$$\Psi_i = L_{ii}I_i \tag{1}$$

where:  $L_{ij}$  are equivalent inductances between  $i^{th}$  and  $j^{th}$  circuit obtaining with respect to the chosen two-axis linear transformation. Most commonly it is Park transformation into the d-q plane, i.e. synchronous plane [1, 2].

The rotor magnetic circuit (excitation circuit) can not be treated as a circuit with lumped parameters due to its distribution in slots around the rotor. Therefore the physical phenomena in a synchronous generator can be taken into account by means of some equivalent circuits (Fig. 2). The number of the equivalent circuits can be different as presented below. The more developed equivalent scheme, the more state variables are required.



Fig. 2. Synchronous generator equivalent circuits

The currents for synchronous machine equivalent circuits, the angular speed  $\omega$ , power angle d and voltage controller steering angle a,  $\beta$  constitute the state variables. The ordinary differential equations takes the following form

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = F(t, x) \tag{2}$$

where the vector of state variables is defined as follows

$$x = (I_{d}, I_{f}, i_{D1}, i_{D2}, I_{q}, i_{O1}, i_{O2}, i_{O3}, \omega, \delta, \alpha, \beta)^{\mathrm{T}}$$
(3)

 $I_{d^{*}}$   $I_{q}$  are the d-q axis transformed currents of the stator currents (for currents the motor notation is applied),  $I_{\rm f}$  means the excitation current,  $i_{\rm D1^{*}}$   $i_{\rm D1^{*}}$   $i_{\rm Q2^{*}}$   $i_{\rm Q3}$  mean the equivalent currents for

synchronous machine models. The last four variables of state vector denote: w rotor angular electrical speed of the rotor,  $\delta$  power (load) angle for synchronous machine,  $\alpha$ ,  $\beta$  are steering variables for generator voltage controller [4] and are defined in Fig. 7.

The number of current variables chosen determines the type of the synchronous generator model. The most simple is the model of the type (1,1) presented in Fig. 3, and the variables are as follows.

$$x = (I_{d}, I_{f}, I_{a}, i_{01}, \omega, \delta, \alpha, \beta)^{\mathrm{T}}$$
(4)



Fig. 3. Synchronous generator model of type (1,1)



Fig. 4. Synchronous generator model of type (2,2)

Often for simulations the model of the type (2,2) is used that is presented in Fig. 4. For this model the state variables are as follows.

$$x = (I_{d}, I_{f}, i_{D1}, I_{q}, i_{Q1}, i_{Q2}, \omega, \delta, \alpha, \beta)^{T}$$
(5)

The most developed model of the type (3,3) is presented in Fig. 5, where for qaxis two mutual inductances  $L_{\rm smf1}$  and  $L_{\rm smf2}$  are introduced, additionally.





Fig. 5. Synchronous generator model of type (3,3)

For all the models and parameters can be brought out physical interpretation. However, the main problem is to choose the parameters value of the lumped parameters presented in any model [5, 6, 7, 8].

The function F(t, x) in (1) is built due to the electrical state equations (Kirchhoff equations) based on the chosen model, mechanical state equation and steering equation described below, subsequently.

Synchronous generator current equations are as follows

$$\frac{dI_{\rm D}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\rm d1} \\ I_{\rm d2} \\ I_{\rm d3} \\ I_{\rm d4} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{\rm d} \\ I_{\rm f} \\ i_{\rm D1} \\ i_{\rm D2} \end{bmatrix} = L_{\rm D}^{-1} (U_{\rm D} - E_{\rm D} - R_{\rm D} I_{\rm D})$$
(6)

where rotation voltage  $E_{\rm D}$  for d axis is denoted as follows

$$E_{\rm D} = \left[-\omega \Psi_{\rm q}, 0, 0, 0\right] \tag{7}$$

and

$$\frac{dI_{Q}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{q1} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \\ I_{q4} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{q} \\ i_{Q1} \\ i_{Q2} \\ i_{Q3} \end{bmatrix} = L_{Q}^{-1} (U_{Q} - E_{Q} - R_{Q} I_{Q})$$
(8)

where rotation voltage  $E_0$  for q – axis is equal

$$E_{\rm Q} = [\omega \Psi_{\rm d}, 0, 0, 0] \tag{9}$$

The magnetic fluxes are equal to

$$\Psi_{\rm D} = \begin{bmatrix} \Psi_{\rm d} \\ \Psi_{\rm f} \\ \Psi_{\rm D1} \\ \Psi_{\rm D2} \end{bmatrix} = L_{\rm D} I_{\rm D} \qquad \Psi_{\rm Q} = \begin{bmatrix} \Psi_{\rm q} \\ \Psi_{\rm Q1} \\ \Psi_{\rm Q2} \\ \Psi_{\rm Q2} \\ \Psi_{\rm Q3} \end{bmatrix} = L_{\rm Q} I_{\rm Q} \tag{10}$$

a)

Matrix Ll	<b>D</b> =			Matrix LQ =					
2,62	2,48	0	0	2.62	2,48	0	0		
2,48	2,62	0	0	2,48	2,812	0	0	_	
0	0	1	0	0	0	1	0		
0	0	0	1	0	0	0	1		

b)

Matrix LE	) =			Matrix LQ =					
2.324	2,152	2,152	0	2,229	2,057	2.057	0		
2,152	1,646	1,6305	0	2,057	3,714	2,057	0		
2,152	1,6305	4,3625	0	2,057	2,057	2,057	0		
0	0	0	1	0	0	0	1		

c)

Matrix LD =				Matrix LQ =				
2,324	2,152	2,152	2,152	2.229	2.057	2,057	2,057	
2,152	2,5435	1,6305	2,528	2.057	3,714	2,057	2,057	
2,152	1,6305	4,3625	1,6305	2,057	2,057	2,9545	2,057	
2,152	2,528	1,6305	2,53553	2.057	2,057	2,057	2,5083	

Fig. 6. Exemplary inductance matrices for models of type: a) (1,1), b) (2,2), c) (3,3)

The matrices of inductances and resistances for the most developed model of type (3,3) are as follows

$$L_{\rm D} = [L_{\rm Dij}] = \begin{bmatrix} L_{\rm ad} + L_{\rm \sigma} & L_{\rm ad} & L_{\rm ad} & L_{\rm ad} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} + L_{\rm off} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm D1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} \end{bmatrix}$$
(11)

$$L_{Q} = [L_{Qy}] = \begin{bmatrix} L_{aq} + L_{\sigma} & L_{aq} & L_{aq} & L_{aq} \\ L_{aq} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{Q1} & L_{aq} + L_{omf1} & L_{aq} + L_{omf1} \\ L_{aq} & L_{aq} + L_{omf1} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} + L_{Q2} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} \\ L_{aq} & L_{aq} + L_{omf1} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} + L_{Q3} \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

and

$$R_{\rm D} = [R, R_{\rm f}, R_{\rm D1}, R_{\rm D2}]$$
(13)

$$R_{\rm Q} = [R, R_{\rm Q1}, R_{\rm Q2}, R_{\rm Q3}] \tag{14}$$

For the models of type (1,1) or(2,2) the inductances matrices (11) and (12) have to be reduced to the matrices of dimensions [1,1] or [2,2], subsequently as shown in Fig. 6.

Acta Energetica

According to equations (10a, b), (11) and (12) it is satisfied

$$\Psi_{d} = (L_{ad} + L_{\sigma})I_{d} + L_{ad}I_{f} + L_{ad}i_{D1} + L_{ad}i_{D2}$$
(15)

 $\Psi_{q} = (L_{aq} + L_{\sigma})I_{q} + L_{aq}i_{Q1} + L_{aq}i_{Q2} + L_{ad}i_{Q3}$ (16)

The mechanical state equation for the synchronous machine takes the form of

$$J\frac{\mathrm{d}\omega}{p\mathrm{d}t} = T_{\mathrm{e}} + T_{\mathrm{m}} + D(\omega_{\mathrm{l}n} - \omega) = -J\frac{\mathrm{d}^2\delta}{p\mathrm{d}t^2} \quad (17)$$

where  $T_{e}$  means the electromagnetic torque

$$T_{\rm e} = p(\Psi_{\rm d}I_{\rm q} - \Psi_{\rm q}I_{\rm d}) \tag{18}$$

and  $T_{\rm m}$  is the torque given by the turbine ( $T_{\rm m} < 0$ ), D denotes the mechanical damping coefficient for the whole turbine-generator system.

The excitation voltage  $U_{\rm f}$  for generator depends on the steering signal b as follows

 $U_{\rm f} = U_{\rm fmax} \cos(\beta) \tag{19}$ 

where the steering signal  $\beta$  for voltage regulation system is accomplished by the preamplifier [4], and takes the limited values

$$\beta \in (0, \pi/2) \tag{20}$$

The block diagram shown in Fig.7 equivalent circuit of excitation circuit.



Fig. 7. Equivalent block diagram for exciter controller

The input signal is for the excitation system is accomplished by a PID regulator equipped with a limiter [4].

### **1.3.** Nonlinear model of synchronous generator

The nonlinearity of the magnetic circuit of synchronous generator means that the equation (1) can not be exactly applied. Therefore, the circuit scheme in Fig. 5 can not be regarded as strict due to the fact of not fulfilling the assumption of magnetic circuit linearity. Furthermore, there is proposed a modification of the equivalent circuit. Most common and developed equivalent circuits are as follows shown in Fig. 8.

The saturation of the magnetic circuit influences mostly  $L_{ad}$  and  $L_{ag}$  inductances values [6, 7, 8]

$$L_{\rm ad} = L_{\rm ad}(I_{\rm d}) \tag{21}$$

$$L_{\rm aq} = L_{\rm aq}(I_{\rm q}) \tag{22}$$

The equations (21) and (22) in this paper are the only ones that take the influence of saturation

$$L_{\rm f} = {\rm const}$$
 (23)

Under the assumptions (21), (22), (23) the equations (6) and (8) take a more complicated form than for linear magnetic circuit. Namely, it is satisfied

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}L_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}I_{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{d}L_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \left[\frac{\partial L_{\mathrm{D}ij}}{\partial I_{\mathrm{d}}}\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\right]I_{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}$$
(24)

The first term in (24) due to (11) equals to

$$\left[\frac{\partial L_{\mathrm{D}ij}}{\partial I_{\mathrm{d}}}\dot{I}_{\mathrm{d}}\right] \left[I_{\mathrm{d}j}\right] = \dot{I}_{\mathrm{d}} \frac{\partial L_{\mathrm{ad}}}{\partial I_{\mathrm{d}}} \left[I_{ij}\right] \left[I_{\mathrm{d}j}\right]$$
(25)

thus it is satisfied

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial L_{\mathrm{ad}}}{\partial I_{\mathrm{d}}} \left[ \mathbf{I}_{ij} \right] \left[ \mathbf{I}_{dj} \right] \right) \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t} + L_{\mathrm{D}} \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}$$
(26)

or equivalently

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \left[ L_{\mathrm{D}_{ij}} + \delta_{1i} \frac{\partial L_{\mathrm{ad}}}{\partial I_{\mathrm{d}}} \left[ \mathbf{l}_{ij} \right] \left[ I_{\mathrm{d}j} \right] \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} \right]$$
(27)

Hence, the equation (6) takes the form of

$$\frac{dI_{\rm D}}{dt} = (L_{\rm Dij} + \delta_{1i} \frac{\partial L_{\rm ad}}{\partial I_{\rm d}} \left[ I_{ij} \right] \left[ I_{\rm dj} \right])^{-1} (U_{\rm D} - E_{\rm D} - R_{\rm D} I_{\rm D})$$
(28)

where  $\delta_{\rm ki}$  is the Kronecker delta,  $I_{\rm ij}$  is element of matrix equals to one.

Analogously, the equation (8) has the form

$$\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{Q}}}{\mathrm{d}t} = (L_{\mathrm{Q}ij} + \delta_{1i} \frac{\partial L_{\mathrm{aq}}}{\partial I_{\mathrm{q}}} \left[ \mathbf{I}_{ij} \right] \left[ I_{\mathrm{q}j} \right])^{-1} (U_{\mathrm{Q}} - E_{\mathrm{Q}} - R_{\mathrm{Q}}I_{\mathrm{Q}})$$
(29)

It should be pointed out that the inverse matrix in (28) and (29) must be evaluated for each instant of synchronous generator transient.



Fig. 8. Synchronous generator equivalent circuit

The model with currents state equations (28), (29) regards the transformation voltages. The synchronous generator model developed can be applied for transient steady state analysis for e.g. system generator – network. For example, for designing a generator relay system the results of analysis of short-circuit currents are necessary. However, for either large electro-energetic system or load rejection in d-axis state of work (or some others) this model is replaced by e.g. GENROU model [8, 9]. The GENROU model an algebraic equations system, i.e. the transformation induction voltages are neglected. Mathematically, the transformation voltages in stator can be neglected if there are satisfied relations

$$\left| (L_{\rm ad} + L_{\sigma}) \frac{\mathrm{d}I_{\rm d}}{\mathrm{d}t} \right| << \left| \omega \Psi_{\rm Q} \right| \tag{30}$$

and

$$\left| (L_{\rm aq} + L_{\sigma}) \frac{\mathrm{d}I_{\rm q}}{\mathrm{d}t} \right| << \left| \omega \Psi_{\rm D} \right| \tag{31}$$

The condition can be formulated for transients of linear circuits applied with source of pulsation  $\omega$  in the form of inequality

$$\frac{1}{T_{\min}} \ll \omega \tag{32}$$

where  $T_{\rm min}$  denotes the time constant of minimal value of the circuit.

# 2. Numerical analysis

#### 2.1. Nonlinear inductances

The nonlinearity of inductances can be evaluated by means of field analysis. The influence of magnetic permeability on the lumped parameter such as  $L_{\rm ad}$  and  $L_{\rm aq}$  is obtained by means of the FEM method [9]. The inductances versus relative axis currents are shown in Fig. 9.



Fig. 9. Inductances  $L_{ad}(I_d) \ge L_{aq}(I_q)$  of synchronous generator vs. relative values of currents [per–unit system]

The following approximation of magnetization curves are proposed :

$$L_{\rm ad} = L_{\rm ad0} \left( \frac{1}{2.001 + 2.186 \, I_{\rm ad}^4} + 0.506 \right) \tag{33}$$

$$L_{\rm aq} = L_{\rm aq0} \left( \frac{1}{1.831 + 7.038 I_{\rm aq}^3} + 0.463 \right)$$
(34)

where:  $L_{ad0}$ ,  $L_{aq0}$  are nonsaturated values of inductances.

The inductances versus axis current  $I_d$  or  $I_q$  for per-unit system are presented in Fig. 9.

The nonlinearity of excitation inductance  $L_{f}$  is not taken into account.

# 2.2. Synchronous generator model parameters

For evaluating the synchronous generator parameters field models are also applied [4, 7, 8] or measurements results [6, 9]. In order to investigate the features of the models and investigate its sensitivity to some parameters the numerical program is used [13, 14] which is available at http://www.elektr.polsl.pl/dspalek (Fig. 11).

The exemplary simulations are presented below. The program enables changing any parameter of the model and choosing the nonlinearity of  $L_{ad}$  and/or  $L_{aq}$  (Fig. 11).

model typ	31. Lad	32. Lag	33. Ls	34. R	35. Lsf	36. Rf	37. LD1	38. RD1
2	2,48	2,48	0,139	0,001676	0,139	0,001128	0,06	0,0004048

Fig. 10. Form for setting the model parameters



Fig.11. Maim form of the program (available at http://www.elektr.polsl.

# 2.3. Numerical model of synchronous generator

The developed program enables to choosing the set of parameters which are most important for simulation model type (1,1), (2,2) and (3,3) regarding the nonlinearity of magnetic circuit. The developed program can investigate the sensitivity to each synchronous generator model parameter at transients. The simulation results provided by the developred program can lead to the conclusions on which of the model parameters significantly influences the simulated transients. The symmetrical shortcut of synchronous generator transient state has been approached.

![](_page_5_Figure_6.jpeg)

Fig. 12. Excitation current  $I_{\rm f}$  and generator voltage U for inductance  $L_{\rm D1}$  change  $\pm$  25%

The time period (0÷4) seconds is for transient state of no-load state of work of the generator. The time period of (4÷5) seconds is for shortcut transient state of generator work. The model of type (3,3) for synchronous generator TWW-200-2 is considered. The sensitivity to some model parameters are investigated. Firstly, the parameter  $L_{D1} = 0.00171 \ p.u$ . has been changed  $L_{D1}(1\pm0.25)$ . In Fig. 12 ribbon-shaped excitation current shows that the

parameter is of high importance for transients simulations for a synchronous generator. This leads to the conclusion that the inductance  $L_{D1}$  does change significantly the simulations results. Secondly, the resistance  $R_{D1} = 0.0028 \ p.u.$  is considered. In Fig. 13 the excitation current  $I_f$  and voltage U for short-circuit are presented. The resistance is changed in the range  $R_{D1}(1\pm 0.25)$ . Fig. 13 leads to the conclusion that the resistance  $R_{D1}$  does not change significantly the simulations results.

![](_page_5_Figure_10.jpeg)

Fig. 13. Excitation current  $I_f$  and generator voltage U for resistance  $R_{D1}$  change  $\pm$  25%

The synchronous model is more sensitive to the change of inductance  $L_{D1}$  than for resistance  $R_{D1}$  as the transients of model (3,3) of the synchronous generator have shown.

The influence of nonlinearity is presented in Fig. 14 and Fig. 15 at transient state of work.

![](_page_5_Figure_14.jpeg)

Fig. 14. Excitation current  $I_{\rm f}$  for linear model and for nonlinear model and generator voltage U at short-circuit

![](_page_6_Figure_2.jpeg)

Fig. 15. Current  $I_d$  for linear model and for nonlinear model and generator voltage U at short-circuit

## 3. Power stabilizer

A system stabiliser for a synchronous generator can be designed in many different ways [15, 16, 17]. The power system stabilisers with two inputs (frequency, power) are recommended to be installed at synchronous generators of power greater than 100 MW. The mathematical description for a system stabiliser is determined by the way of its technical realisation. The difference equations system results from the model of system stabiliser [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18] as shown in Fig. 17.

![](_page_6_Figure_6.jpeg)

Fig. 16. Differential – difference model for synchronous generator – voltage controller – stabiliser system

# 4. Conclusions

The circuits model of a synchronous generator considering the magnetic circuit nonlinearity which enables transient analysis has been developed in numerical form.

The model's features are as follows:

- 1. The nonlinearity has been taken into account by introducing two parameters:  $L_{ad}(I_d)$ ,  $L_{aq}(I_q)$  in mathematical model. Nonlinearity of  $L_f$  has not been taken into account.
- 2. The developed program enables investigating which of the synchronous generator models is sufficient for the analysis

of transients. For example, parameters  $L_{D1}$  and  $R_{D1}$  are considered. The presented results of numerical simulations enable one to decide which parameters of the synchronous generator model are of high importance (due to the aim assumed).

- 3. The models are extended by introducing the inductances:  $L_{of2}$ ,  $L_{omf1}$ ,  $L_{omf2}$ .
- 4. The analysis carried out can indicate the influence of nonlinearity of a synchronous generator magnetic circuit.
- The model assumptions had been previously tested for a system provided at some Power Stations in Poland and developed during the author's work at Energotest-Gdańsk Ltd, and nowadays developed.
- 6. The developed program is available on the web at http://www.elektr.polsl.pl/dspalek/.

#### REFERENCES

- 1. Adkins B., Harley P.G., The general theory of alternating current machine, Chapman and Hall, London 1978.
- Paszek W., Transient state of alternating current electric machines (Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego), WNT 1984 (in Polish).
- 3. Latek W., Turbogenerators (Turbogeneratory), WNT 1973 (in Polish).
- Janson Z. et al., ETEF 200C Microprocessor excitation system for generator 200 MW (ETEF 200C – Mikroprocesorowy układ wzbudzenia generatora 200 MW), *Energetyka* 1997, pp. 199–204 (in Polish).
- Sobczyk T.J., About the admissibility of introducing nonlinearity in two axis model of synchronous machines (O dopuszczalności uwzględnienia nieliniowości magnetycznej w dwuosiowym modelu maszyny synchronicznej), Proceedings of XXXI International Symposium on Electrical Machines, Gliwice – Ustroń 1995, pp. 134–137 (in Polish).
- Berhausen S., Paszek S., Electromagnetic parameter estimation of synchronous generator with static exciter working in power system, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka"* 2010 (215), Z. 3, pp. 75–91 (in Polish).
- Berhausen S., Paszek S., Parameter estimation of the model of a synchronous generator working in multimachine power system, *Przegląd Elektrotechniczny* 2011, No. 8, pp. 192–197 (in Polish).
- Boboń A., Paszek S., Pruski P., Use of power rejection tests for determining synchronous generator nonlinear model parameters, XII International Conference on Low Voltage Electrical Machines, LVEM '2012, Brno-Slapanice, 15–16 Oct. 2012.
- Berhausen S., Boboń A., Paszek S., Estimation of turbogenerator electromagnetic parameters based on verified by measurements waveforms computed by the finite element method, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 86, No. 8/2010, pp. 16–21 (in Polish).
- Mello F.P. de, Hannet L.N., Undrill J.M., Practical approaches to supplementary stabilising from accelerating power, IEEE Transaction, Vol. PAS-97, 1978, pp. 1515–1522.

- 11. Gładyś H., Matla H., Power station work in electro-energetical system (Praca elektrowni w systemie elektroenergetycznym), WNT 1999.
- Klamka. J., Controlability of 2-D continuous-discrete linear systems, Materiały XVII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów SPETO '94, Gliwice – Ustroń 1994, Vol. I, pp. 271–276 (in Polish).
- Spałek D., Analysis of excitation system modified for power station generator, Proceedings of ICEM '2000, Helsinki 2000, Vol. II, pp. 977–981.
- Spałek D., Turbogenerator as a electromechanical converter transient states, Sympozjum PPEE '00, Wisła 2000, pp. 295–300.
- Robak S., Hierarchic regulation of synchronous generator excitation voltage (Hierarchiczne sterowanie napięcia wzbudznia generatora synchronicznego), *Archiwum Energetyki* 2000, Vol. XXIX, No. 1–2, pp. 89–109.

- 16. Barbos J-C. de, New optimal fuzzy-PID controller structure, Proceedings of ICEM '2002, Brugge 2000, p. 216 (CD-ROM).
- Spałek D., Approach to synchronous generator with power system stabilizer described by difference-differential equations, XIV Międzynarodowa Konferencja Naukowa Aktualne Problemy w Elektroenergetyce, Jurata 2009, Vol. I, pp. 247–258.
- Spałek D., Synchronous generator model sensitivity to parameters for transients approach, Aktualne problemy w elektroenergetyce, APE 2011, Vol. I, pp. 203–212.

#### **Dariusz Spałek**

Politechnika Śląska

e-mail: Dariusz.Spalek@polsl.pl

Graduate at Politechnika Śląska in Gliwice (1988 – M.Sc. Eng., 1994 – Ph.D. Eng., 2002 – Ph.D. DSc. Eng., 2010 – Professor), scientific scholarship of DAAD Foundation at Technische Universität Erlangen-Nürnberg in Germany (1996). Worked as specialist in PUE Energotest-Energopomiar in Gliwice and Energotest-Gdańsk sp. z o.o. in Gdańsk. Took part in modernization of excitations and stabilizers systems for synchronous generators in energy plants e.g. Dolna Odra, Łaziska, Rybnik, Kozienice, Pątnów. He is an author of 80 scientific papers and 3 books, as well as co-author of 70 papers and 2 academic books. This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 144–151. When referring to the article please refer to the original text.

(PL)

# Model generatora synchronicznego uwzględniający nieliniowość obwodu magnetycznego

Autor Dariusz Spałek

#### Słowa kluczowe

generator synchroniczny, nieliniowy obwód magnetyczny, model symulacyjny

#### Streszczenie

Generator synchroniczny wraz z układem wzbudzenia jest obiektem, którego pracę opisuje układ równań różniczkowych zwyczajnych. Przy uwzględnieniu nasycania się obwodu magnetycznego maszyny synchronicznej układ równań różniczkowych jest nieliniowy. Rozwiązanie takiego układu równań różniczkowych wymaga zaproponowania schematu zastępczego dla potrzeb symulacji pracy generatora. Po pierwsze powinien zostać wybrany model generatora synchronicznego np. (1, 1), (2, 2), (3,3) lub inny. Następnie należy dobrać parametry dla obwodów zastępczych generatora. Uwzględnienie nieliniowości obwodu magnetycznego prowadzi do zmian parametrów zastępczych w funkcji prądów i prowadzi do dodatkowych obliczeń przy rozwiązywaniu układu równań różniczkowych. Opracowany został autorski program napisany w języku C++, który pozwala na symulację pracy stanów nieustalonych oraz ocenę wrażliwości otrzymywanych przebiegów na: nieliniowość obwodu i parametry schematu zastępczego. Omawiany symulator numeryczny (dostępny na stronie: www.elektr.polsl.pl/dspalek/) pozwala na szybką ocenę wrażliwości na dany parametr obwodu i nieliniowości w osi d/q, a w konsekwencji pozwala podejmować decyzje, czy należy dokonywać dokładniejszej identyfikacji parametrów modelu dla opisu pracy generatora w systemie energetycznym.

1. Model generatora synchronicznego 1.1. Wprowadzenie

Ważnym problemem podczas analizy generatora i sieci jest ocena numeryczna pracy generatora synchronicznego. Odpowiedni model generatora synchronicznego jest niezbędny do analizy stanów nieustalonych. Kolejną istotną kwestią jest pytanie, który model generatora synchronicznego należy wybrać. Do opisu generatora synchronicznego i układu wzbudzenia wykorzystano układ równań różniczkowych zwyczajnych. Opracowano modele umożliwiające ocenę wpływu parametrów obwodu na wynik symulacji numerycznych. Powstał także program numeryczny przydatny do przedstawienia wpływu nieliniowości obwodu i jego parametrów na stany nieustalone generatora synchronicznego. Może on wskazać parametry modelu generatora synchronicznego oraz wpływ nieliniowości w osi d/q. Program w języku C++ jest dostępny na stronie http://www.elektr.polsl.pl/dspalek/.

#### 1.2. Generator synchroniczny

Modele obwodu wykorzystuje się często do analizy stanu nieustalonego generatora [1,

2, 3]. Do najpopularniejszych należą modele o złożonym zapisie, bazujące na liniowym przekształceniu prądów fazowych i napięć (rys. 1). Modele obwodu w formie ogólnej wywodzą się z dwuosiowego liniowego przekształcenia prądów fazowych  $i_{A^{\gamma}}$   $i_{B^{\gamma}}$ ,  $i_C$  i napięć  $u_A$ ,  $u_{B^{\gamma}}$ ,  $u_C$  (dla stojana) oraz dla danych wirnika. Na rys. 2 przedstawiono model obwodu zastępczego dla generatora synchronicznego trzech faz dla złożonych prądów i napięć.

Głównym problemem teoretycznym jest wprowadzenie schematu obwodu zastępczego przedstawiającego wzajemne induktancje magnetyczne pomiędzy wszystkimi obwodami. Dla liniowego obwodu magnetycznego strumienie magnetyczne i prądy są proporcjonalne, czyli

$$\Psi_i = L_{ii}I_i$$

gdzie:  $L_{ij}$  to induktancje zastępcze pomiędzy obwodem *i*<sup>th</sup> oraz *j*<sup>th</sup> uzyskane w związku z wybranym przekształceniem liniowym dwuosiowym. Najczęściej jest to przekształcenie Parka w płaszczyźnie d-q, czyli w płaszczyźnie synchronicznej [1, 2]. Nie można traktować obwodu magnetycznego wirnika (układu wzbudzenia) jako układu o parametrach skupionych z powodu jego dystrybucji w gniazdach wirnika. Dlatego też zjawiska fizyczne w generatorze synchronicznym można analizować za pomocą pewnych obwodów zastępczych (rys. 2). Jak pokazano poniżej, liczba obwodów zastępczych może być różna. Im bardziej rozwinięty schemat zastępczy, tym więcej zmiennych stanu jest potrzebnych. Zmienne stanu to prądy obwodów zastępczych maszyny synchronicznej, prędkość kątowa  $\omega$ , kąt mocy d oraz kąt sterowania układem wzbudzenia  $\alpha$ ,  $\beta$ . Równania różniczkowe zwyczajne mają następującą postać:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = F(t, x) \tag{2}$$

gdzie wektor zmiennych stanu określa się w poniższy sposób:

$$x = (I_{d}, I_{f}, i_{D1}, i_{D2}, I_{q}, i_{Q1}, i_{Q2}, i_{Q3}, (3))$$
  
$$\omega, \delta, \alpha, \beta$$

![](_page_8_Figure_22.jpeg)

Rys. 1. Obwód zastępczy generatora synchronicznego

![](_page_8_Figure_24.jpeg)

Rys. 2. Obwody zastępcze generatora synchronicznego

(1)

**ActaEnergetica** 

 $I_d, I_q$ to prądy przekształcone osi d-q prądów stojana (dla prądów stosuje się zapis silnikowy),  $I_{\rm f}$  oznacza prąd wzbudzenia,  $i_{\rm D1}, i_{\rm D2}, i_{\rm Q1}, i_{\rm Q2}, i_{\rm Q3}$  to prądy zastępcze dla modeli maszyn synchronicznych. Cztery pozostałe zmienne wektora stanu oznaczają, co następuje:  $\omega$  elektryczna prędkość kątowa wirnika,  $\delta$ kąt (obciążenia) mocy dla maszyny synchronicznej,  $\alpha, \beta$  to zmienne sterowania układu wzbudzenia generatora [4]. Zmienne te przedstawia rys. 7.

Liczba wybranych zmiennych prądów określa typ modelu generatora synchronicznego. Najprostszy model to typ (1, 1) przedstawiony na rys. 3a, następujących zmiennych:

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I}_{d}, \boldsymbol{I}_{f}, \boldsymbol{I}_{q}, \boldsymbol{i}_{Q1}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})^{\mathrm{T}}$$
(4)

Do symulacji często wykorzystuje się model typu (2, 2) przedstawiony na rys. 4, o następujących zmiennych stanu:

$$x = (I_{d}, I_{f}, i_{D1}, I_{q}, i_{Q1}, i_{Q2}, \omega, \delta, \alpha, \beta)^{T}$$

Rys. 5 przedstawia najbardziej złożony model typu (3, 3). Wprowadzono w nim dodatkowo dwie wzajemne induktancje dla osi q:  $L_{smf1}$  oraz  $L_{smf2}$ .

Interpretacja fizyczna jest dostępna dla wszystkich modeli i parametrów. Główny problem to wybór wartości parametrów skupionych, przedstawionych w dowolnym modelu [5, 6, 7, 8].

Funkcję F(t, x) w (1) opracowano w związku z równaniami stanu elektrycznego (równania Kirchhofa) na podstawie wybranego modelu, równaniem stanu mechanicznego i z opisanym poniżej równaniem sterowania.

Równania prądu generatora synchronicznego są następujące:

![](_page_9_Figure_11.jpeg)

![](_page_9_Figure_12.jpeg)

 $E_{\rm D} = [-\omega \Psi_{\rm q}, 0, 0, 0] \tag{7}$ 

gdzie napięcie rotacji E<sub>O</sub> dla osi q wynosi

$$\frac{dI_{Q}}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{q1} \\ I_{q2} \\ I_{q3} \\ I_{q4} \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{q} \\ i_{Q1} \\ i_{Q2} \\ i_{Q3} \end{bmatrix} = L_{Q}^{-1} (U_{Q} - E_{Q} - R_{Q}I_{Q})$$
(8)

gdzie napięcie rotacji E<sub>O</sub> dla osi q wynosi

$$E_{\rm Q} = [\omega \Psi_{\rm d}, 0, 0, 0] \tag{9}$$

Strumienie magnetyczne są następujące:

$$\Psi_{\rm D} = \begin{bmatrix} \Psi_{\rm d} \\ \Psi_{\rm f} \\ \Psi_{\rm D1} \\ \Psi_{\rm D2} \end{bmatrix} = L_{\rm D}I_{\rm D} \qquad \Psi_{\rm Q} = \begin{bmatrix} \Psi_{\rm q} \\ \Psi_{\rm Q1} \\ \Psi_{\rm Q2} \\ \Psi_{\rm Q3} \end{bmatrix} = L_{\rm Q}I_{\rm Q}$$
(10)

![](_page_9_Figure_20.jpeg)

Rys. 3. Model generatora synchronicznego typu (1, 1)

![](_page_9_Figure_22.jpeg)

Rys. 5. Model generatora synchronicznego typu (3, 3)

![](_page_9_Figure_24.jpeg)

Rys. 4. Model generatora synchronicznego typu (2, 2)

![](_page_9_Figure_26.jpeg)

Rys. 6. Przykładowe macierze induktancji dla modeli typu: a) (1, 1); b) (2, 2); c) (3, 3)

Macierze induktancji i oporów elektrycznych dla najbardziej rozwiniętego modelu typu (3, 3) są następujące:

$$L_{\rm D} = [L_{\rm Dij}] = \begin{bmatrix} L_{\rm ad} + L_{\rm o} & L_{\rm ad} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} \\ L_{\rm ad} & L_{\rm ad} \\ L_{\rm ad} + L_{\rm of1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} \\ \end{bmatrix}$$

$$L_{\rm ad} + L_{\rm of1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm of2} \\ L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm D1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} \\ L_{\rm ad} + L_{\rm of1} & L_{\rm ad} + L_{\rm of1} + L_{\rm D2} \end{bmatrix}$$

$$(11)$$

$$L_{\rm Q} = [L_{\rm Qjj}] = \begin{bmatrix} L_{\rm aq} + L_{\rm \sigma} & L_{\rm aq} \\ L_{\rm aq} & L_{\rm aq} + L_{\rm omf1} + L_{\rm Q1} \\ L_{\rm aq} & L_{\rm aq} + L_{\rm omf1} \\ L_{\rm aq} & L_{\rm aq} + L_{\rm omf1} \end{bmatrix}$$
$$L_{\rm aq} & L_{\rm aq}$$

$$\begin{array}{ccc} L_{aq} + \dot{L}_{omf1} & L_{aq} + \dot{L}_{omf1} \\ L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} + L_{Q2} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} \\ L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} & L_{aq} + L_{omf1} + L_{omf2} + L_{Q3} \\ \end{array}$$

$$(12)$$

$$R_{\rm D} = [R, R_{\rm f}, R_{\rm D1}, R_{\rm D2}]$$
(13)

(14)

$$R_{\rm Q} = [R, R_{\rm Q1}, R_{\rm Q2}, R_{\rm Q3}]$$

W przypadku modeli typu (1, 1) lub (2, 2) należy zredukować macierze induktancji (11) i (12) do macierzy wymiarów [1, 1] lub [2, 2], co widać na rys. 6.

Jak pokazują równania (10a, b), (11) i (12) warunek ten jest spełniony.

$$\Psi_{\rm d} = (L_{\rm ad} + L_{\sigma})I_{\rm d} + L_{\rm ad}I_{\rm f} + L_{\rm ad}i_{\rm D1} + L_{\rm ad}i_{\rm D2}$$
(15)

$$\Psi_{q} = (L_{aq} + L_{\sigma})I_{q} + L_{aq}i_{Q1} + L_{aq}i_{Q2} + L_{ad}i_{Q3}$$
(16)

Równanie stanu mechanicznego dla maszyny synchronicznej ma następującą forme:

$$J\frac{\mathrm{d}\omega}{p\mathrm{d}t} = T_{\mathrm{e}} + T_{\mathrm{m}} + D(\omega_{\mathrm{ln}} - \omega) = -J\frac{\mathrm{d}^{2}\delta}{p\mathrm{d}t^{2}}$$

(17)gdzie  $T_{a}$ oznacza moment elektromagnetyczny,

$$T_{\rm e} = p(\Psi_{\rm d}I_{\rm q} - \Psi_{\rm q}I_{\rm d}) \tag{18}$$

a  $T_{\rm m}$  to moment obrotowy nadany przez turbinę ( $T_{\rm m} < 0$ ), D oznacza współczynnik tłumienia mechanicznego dla całego układu generator-turbina. Napięcie wzbudzenia  $U_{\rm f}$  generatora zależy

od sygnału sterowania  $\beta$ :

$$U_{\rm f} = U_{\rm fmax} \cos(\beta)$$

gdzie sygnał sterowania  $\beta$  dla układu regulacji napięcia uzyskuje się za pomocą przedwzmacniacza [4]. Przybiera on wartości ograniczone.

$$B \in (0, \pi/2)$$
 (20)

f

Schemat blokowy na rys. 7 przedstawia obwód wzbudzenia.

![](_page_10_Figure_22.jpeg)

Rys. 7. Schemat blokowy zastępczy dla regulatora wzbudzenia

Sygnał wejściowy dla układu wzbudzenia uzyskuje się dzięki regulatorowi PID wyposażonemu w ogranicznik [4].

#### 1.3. Model nieliniowy generatora synchronicznego

Nieliniowość obwodu magnetycznego generatora synchronicznego uniemożliwia ścisłe zastosowanie równania (1). Dlatego też schematu obwodu na rys. 5 nie można uważać za precyzyjny z powodu braku realizacji założenia o liniowości obwodu magnetycznego. Co więcej, proponuje się modyfikację obwodu zastępczego. Na rys. 8 przedstawiono najpopularniejsze i najbardziej rozwinięte obwody zastępcze.

Nasycenie obwodu magnetycznego wpływa głównie na wartości induktancji [6, 7, 8]  $L_{ad}$ i L<sub>aq</sub>.

$$L_{\rm ad} = L_{\rm ad}(I_{\rm d}) \tag{21}$$

$$L_{\rm aq} = L_{\rm aq}(I_{\rm q}) \tag{22}$$

W niniejszej pracy nasycenie ma wpływ jedynie na równania (21) oraz (22).

$$L_{\rm f} = {\rm const}$$
 (23)

Na mocy założeń (21), (22) i (23) równania (6) oraz (8) mają bardziej złożoną formę niż te dla liniowego obwodu magnetycznego. Mianowicie jest to:

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}L_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}I_{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{d}L_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \left[\frac{\partial L_{\mathrm{D}ij}}{\partial I_{\mathrm{d}}}\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}\right]I_{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}$$
(24)

Pierwszy warunek w (24) w związku z (11) równa się

$$\left[\frac{\partial L_{\text{D}ij}}{\partial I_{d}}\dot{I}_{d}\right] \left[I_{dj}\right] = \dot{I}_{d}\frac{\partial L_{ad}}{\partial I_{d}}\left[I_{ij}\right] \left[I_{dj}\right]$$
(25)

zatem jest spełniony

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial L_{\mathrm{ad}}}{\partial I_{\mathrm{d}}} \left[I_{ij}\right] \left[I_{\mathrm{d}j}\right]\right) \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t} + L_{\mathrm{D}} \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}$$
(26)

lub równorzędnie

$$\frac{\mathbf{I}\Psi_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = \left[ L_{\mathrm{D}_{ij}} + \delta_{1i} \frac{\partial L_{\mathrm{ad}}}{\partial I_{\mathrm{d}}} \left[ \mathbf{l}_{ij} \right] \left[ \mathbf{I}_{\mathrm{d}j} \right] \right] \frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t}$$

$$\tag{27}$$

Równanie (6) ma następującą formę:

$$\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{D}}}{\mathrm{d}t} = (L_{\mathrm{D}ij} + \delta_{1i} \frac{\partial L_{\mathrm{ad}}}{\partial I_{\mathrm{d}}} \left[ I_{ij} \right] \left[ I_{\mathrm{d}j} \right])^{-1}$$
$$(U_{\mathrm{D}} - E_{\mathrm{D}} - R_{\mathrm{D}} I_{\mathrm{D}})$$
(28)

gdzie  $\delta_{ki}$  to delta Kroneckera,  $I_{ii}$  to element macierzy równy jeden.

Analogicznie równanie (8) ma następującą postać

$$\frac{\mathrm{d}I_{\mathrm{Q}}}{\mathrm{d}t} = (L_{\mathrm{Q}ij} + \delta_{1i} \frac{\partial L_{\mathrm{aq}}}{\partial I_{\mathrm{q}}} [I_{ij}] [I_{\mathrm{q}j}])^{-1}$$
$$(U_{\mathrm{Q}} - E_{\mathrm{Q}} - R_{\mathrm{Q}}I_{\mathrm{Q}})$$
(29)

![](_page_10_Figure_45.jpeg)

(19) Rys. 8. Obwód zastępczy generatora synchronicznego

![](_page_11_Picture_1.jpeg)

Dla każdego momentu stanu przejściowego generatora synchronicznego trzeba ocenić macierz odwrotną w (28) i (29).

Model o równaniach stanu prądu (28, 29) dotyczy napięć przekształcenia. Opracowany model generatora synchronicznego można zastosować do analizy stanu ustalonego i nieustalonego, np. układu generator – sieć. Przykładowo wyniki analizy prądów zwarciowych są niezbędne do zaprojektowania układu przekaźnikowego generatora. Jednak w przypadku dużego układu elektroenergetycznego lub odrzucenia obciążenia w stanie pracy osi d (czy innych) model ten zostaje zastąpiony np. przez model GENROU [8, 9]. Model GENROU to układ równań algebraicznych, co oznacza, że pomija się tu napięcia indukcji przekształcenia. W ujęciu matematycznym napięcia przekształcenia w stojanie można pominąć w przypadku spełnienia zależności:

$$\left(L_{\rm ad} + L_{\sigma}\right) \frac{\mathrm{d}I_{\rm d}}{\mathrm{d}t} \left| << \left| \omega \Psi_{\rm Q} \right| \tag{30}$$

$$(L_{\rm aq} + L_{\sigma}) \frac{\mathrm{d}I_{\rm q}}{\mathrm{d}t} \left| << \left| \omega \Psi_{\rm D} \right|$$
(31)

![](_page_11_Figure_7.jpeg)

Rys. 9. Indukcyjności  $L_{\rm ad}(I_{\rm d}) \ge L_{\rm aq}(I_{\rm q})$ generatora synchronicznego wobec wartości względnych prądów (w jednostkach względnych)

model type	31. Lad	32. Laq	33. Ls	34. R	35. Lsf	36. Rf	37. LD1	38. RD1
2	2,48	2,48	0,139	0,001676	0,139	0,001128	0,06	0,0004040

Rys. 10. Sposób ustalania parametrów modelu

![](_page_11_Figure_11.jpeg)

Rys. 11. Główna postać programu (dostępna na stronie http://www.elektr.polsl.pl/dspalek/)

Warunek można sformułować dla stanów nieustalonych obwodów liniowych stosowanych ze źródłem pulsacji  $\omega$  w postaci nierówności:

$$\frac{1}{T_{\min}} \ll \omega \tag{32}$$

gdzie:  $T_{\min}$  oznacza stałą czasową wartości minimalnej obwodu.

2. Analiza numeryczna

2.1. Induktancje nieliniowe

Ocena nieliniowości induktancji jest możliwa za pomocą analizy pola. Metoda FEM [9] pozwala na oszacowanie wpływu przenikalności magnetycznej na parametry skupione, takie jak  $L_{\rm ad}$  i  $L_{\rm aq}$ . Na rys. 9 przedstawiono induktancje w stosunku do względnych prądów osi.

Zaproponowano następujące przybliżenie krzywych magnetyzacji:

$$L_{\rm ad} = L_{\rm ad0} \left( \frac{1}{2,001 + 2,186 I_{\rm ad}^4} + 0,506 \right)$$
(33)

$$L_{\rm aq} = L_{\rm aq0} \left(\frac{1}{1,831+7,038 I_{\rm aq}^3} + 0,463\right)$$
(34)

gdzie:  $L_{ad0}$ ,  $L_{aq0}$  to nienasycone wartości induktancji.

Induktancje wobec prądu w osi  $I_d$  lub  $I_q$  dla układu typu per-unit przedstawiono na rys. 9.

Nie uwzględniono nieliniowości induktancji wzbudzenia  $L_{\rm fr}$ 

2.2. Parametry modelu generatora

synchronicznego

Modele pola [4, 7, 8] lub wyniki pomiaru [8, 9] stosuje się również w celu oceny parametrów generatora synchronicznego. Program numeryczny [13, 14], dostępny na stronie http://www.elektr.polsl.pl/dspalek, służy do oceny cech modeli i ich wrażliwości na niektóre parametry (rys. 11).

Obok przedstawiono przykładowe symulacje. Program umożliwia zmianę dowolnego parametru modelu i wybór nieliniowości  $L_{ad}$  oraz/lub  $L_{aq}$  (rys. 10).

2.3. Model numeryczny generatora synchronicznego

Opracowany program umożliwia wybór zbioru parametrów najważniejszych dla modelu symulacji typu (1, 1), (2, 2) i (3, 3) uwzględniającego nieliniowość obwodu magnetycznego. Program ten może oceniać wrażliwość każdego parametru modelu generatora synchronicznego w stanach nieustalonych. Dzięki wynikom symulacji przeprowadzonym w programie można określić, które parametry modelu mają istotny wpływ na symulowane stany nieustalone. Przeprowadzono symetryczne skrócenie stanu nieustalonego generatora synchronicznego.

Ćzas 0÷4 sekundy odnosi się do stanu nieustalonego pracy generatora bez obciążenia. Czas 4÷5 sekund odnosi się do skróconego stanu nieustalonego pracy generatora. Uwzględnia się tu model typu (3, 3) dla generatora synchronicznego TWW-200-2.

![](_page_12_Picture_0.jpeg)

![](_page_12_Figure_2.jpeg)

Rys. 12. Zmiana prądu wzbudzeni<br/>a $I_{\rm f}$ napięcia generatora Udla induktancj<br/>i $L_{\rm D1}$ w zakresie ±25%

![](_page_12_Figure_4.jpeg)

Rys. 13. Zmiana prądu wzbudzenia  $I_{\rm f}$  napięcia generatora U dla oporu elektrycznego  $R_{\rm D1}$  w zakresie ±25%

![](_page_12_Figure_6.jpeg)

Rys. 14. Prąd wzbudzenia *I*<sub>f</sub>dla modelu liniowego oraz dla modelu nieliniowego i napięcia generatora *U* przy zwarciu

![](_page_12_Figure_8.jpeg)

Rys. 15. Prąd wzbudzenia I<sub>t</sub>dla modelu liniowego oraz dla modelu nieliniowego i napięcia generatora U przy zwarciu

Ocenie podlega wrażliwość na pewne parametry modelu. Najpierw parametr  $L_{\rm D1} = 0.00171$  p.u. zmieniono na  $L_{\rm D1}(1\pm0,25)$ ). Na rys. 12 prąd wzbudzenia w kształcie wstęgi wskazuje na to, że ten parametr jest bardzo istotny dla symulacji stanów nieustalonych generatora synchronicznego. Wynika z tego, że induktancja  $L_{\rm D1}$  zmienia w sposób istotny rezultaty symulacji. Następnie bierze się pod uwagę opór elektryczny  $R_{\rm D1} = 0.0028$  p.u. Na rys. 13 widać prąd wzbudzenia I<sub>f</sub> oraz napięcie U dla zwarcia. Zmiana oporu elektrycznego mieści się w zakresie  $R_{\rm D1}(1\pm0,25)$ . Rys. 13 pozwala stwierdzić, że opór elektryczny  $R_{\rm D1}$  nie zmienia w sposób istotny wyników symulacji.

Model synchroniczny jest wrażliwszy na zmianę induktancji  $L_{D1}$  niż oporu elektrycznego  $R_{D1}$ , co widać po stanach nieustalonych modelu (3, 3) generatora synchronicznego. Wpływ nieliniowości widać na rys. 14 i rys. 15 w stanie nieustalonym działania.

#### 3. Stabilizator mocy

Jest wiele różnych sposobów, na które można zaprojektować stabilizator układu dla generatora synchronicznego [15, 16, 17]. W generatorach synchronicznych o mocy większej niż 100 MW zaleca się instalację stabilizatorów układu mocy z dwoma wejściami (częstotliwość, moc). Sposób wykonania technicznego stabilizatora układu określa jego opis matematyczny. Układ równania różnicowego wynika z modelu stabilizatora układu [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18], co widać na rys. 16.

![](_page_12_Figure_14.jpeg)

Rys. 16. Model różniczkowo-różnicowy dla układu generator synchroniczny – układ wzbudzenia – stabilizator

#### 4. Wnioski końcowe

Do opracowania modelu obwodów generatora synchronicznego uwzględniającego nieliniowość obwodu magnetycznego, który pozwala na analizę stanu nieustalonego, zastosowano metodę numeryczną. Poniżej zamieszczono cechy takiego modelu:

- 1. Nieliniowość uwzględniono poprzez wprowadzenie dwóch parametrów:  $L_{\rm ad}(I_{\rm d})$ ,  $L_{\rm aq}$  ( $I_{\rm q}$ ) do modelu matematycznego. Nie uwzględniono nieliniowości  $L_{\rm fr}$
- 2. Opracowany program pozwala na ocenę,

![](_page_13_Picture_1.jpeg)

który z modeli generatora synchronicznego jest odpowiedni do analizy stanów nieustalonych. Przykładowo uwzględnia się parametry  $L_{\rm D1}$  i  $R_{\rm D1}$ . Przedstawione wyniki symulacji numerycznych umożliwiają podjęcie decyzji, które parametry modelu generatora synchronicznego są bardzo ważne (odnośnie do założonego celu).

- 3. Modele rozszerzono poprzez wprowadzenie induktancji:  $L_{of2}$ ,  $L_{omf1}$ ,  $L_{omf2}$ .
- Przeprowadzona analiza może wskazać wpływ nieliniowości obwodu magnetycznego generatora synchronicznego.
- 5. Założenia modelu zostały uprzednio zbadane dla układu stosowanego w niektórych polskich elektrowniach i powstałego w wyniku pracy autora niniejszej publikacji w firmie Energotest-Gdańsk sp. z o.o. W dalszym ciągu jest on rozbudowywany.
- Opracowany program jest dostępny na stronie http://www.elektr.polsl.pl/ dspalek/.

#### Bibliografia

- 1. Adkins B., Harley P.G., The general theory of alternating current machine [*Ogólna teoria maszyny pradu przemiennego*], Chapman and Hall, London 1978.
- Paszek W., Stany nieustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego, WNT 1984.
- 3. Latek W., Turbogeneratory, WNT 1973.
- Janson Z. i in., ETEF 200C Mikroprocesorowy układ wzbudzenia generatora 200 MW, *Energetyka* 1997, s. 199–204.
- Sobczyk T.J., O dopuszczalności uwzględnienia nieliniowości magnetycznej w dwuosiowym modelu maszyny synchronicznej, Posiedzenie XXXI

Międzynarodowego Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Gliwice – Ustroń 1995, s. 134–137.

- Berhausen S., Paszek S., Ocena parametrów elektromagnetycznych generatora synchronicznego ze wzbudnicą statyczną działającą w układzie zasilania, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" 2010 (215), z. 75–91.
- Berhausen S., Paszek S., Ocena parametrów modelu generatora synchronicznego w wielomaszynowym układzie zasilania, *Przegląd Elektrotechniczny* 2011, nr 8, s. 192–197.
- Boboń A., Paszek S., Pruski P., Use of power rejection tests for determining synchronous generator nonlinear model parameters [Zastosowanie testów odrzucania mocy do wyznaczania parametrów modelu nieliniowego generatora synchronicznego], XII Międzynarodowa konferencja dotycząca niskonapięciowych maszyn elektrycznych, LVEM '2012, Brno-Slapanice, 15–16 października 2012.
- Berhausen S., Boboń A., Paszek S., Ocena parametrów elektromagnetycznych turbogeneratora na podstawie pomiarów kształtów fal obliczanych przy użyciu metody elementu skończonego, *Przegląd Elektrotechniczny* 2010, nr 8, s. 16–21.
- Mello F.P. de, Hannet L.N., Undrill J.M., Practical approaches to supplementary stabilising from accelerating power [Podejścia praktyczne do stabilizacji dodatkowej z użyciem mocy przemiennej], IEEE Transaction, t. PAS-97, 1978, s. 1515–1522.
- Gładyś H., Matla H., Praca elektrowni w systemie elektroenergetycznym, WNT 1999.
- Klamka J., Możliwość kontrolowania układów liniowych ciągłych-nieciągłych 2-D, Materiały XVII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii

Obwodów SPETO '94, Gliwice – Ustroń 1994, t. I, s. 271–276.

- Spałek D., Analysis of excitation system modifed for power station generator [Analiza układu wzbudzenia zmodyfikowanego dla generatora elektrowni], materiały ICEM 2000, Helsinki 2000, t. II, s. 977–981.
- Spałek D., Turbogenerator as a electromechanical converter – transient states [*Turbogenerator jako przetwornica elektromechaniczna – stany nieustalone*], Sympozjum PPEE 2000, Wisła 2000, s. 295–300.
- Robak S., Hierarchic regulation of synchronous generator excitation voltage [*Hierarchiczne sterowanie napięciem* wzbudzenia generatora synchronicznego], Archiwum Energetyki 2000, t. XXIX, nr 1–2, s. 89–109.
- Barbos J-C. de, New optimal fuzzy-PID controller structure [Nowa optymalna struktura regulatora rozmytego-PID], materiały ICEM 2002, Brugge 2000, s. 216 (CD-ROM).
- 17. Spałek D., Approach to synchronous generator with power system stabilizer described by diference-diferential equations [Ocena generatora synchronicznego ze stabilizatorem układu zasilania za pomocą równań różnicoworóżniczkowych], XIV Międzynarodowa Konferencja Naukowa "Aktualne Problemy w Elektroenergetyce", Jurata 2009, t. I, s. 247–258.
- Spałek D., Synchronous generator model sensitivity to parameters for transients approach [*Wrażliwość modelu generatora* synchronicznego na parametry przy ocenie stanu nieustalonego], Aktualne problemy w elektroenergetyce, APE 2011, t. I, s. 203–212.

#### Dariusz Spałek

prof. dr hab. inż.

Politechnika Śląska

e-mail: Dariusz.Spalek@polsl.pl

Absolwent Politechniki Šląskiej w Gliwicach (1988 – mgr inż., 1994 – dr inż., 2002 – dr hab. inż., 2010 – tytuł profesora), stypendysta Fundacji DAAD przy uniwersytecie Technische Universität Erlangen-Nürnberg w Niemczech (1996). Pracował jako samodzielny specjalista w firmie PUE Energotest-Energopomiar w Gliwicach oraz Energotest-Gdańsk sp. z o.o. w Gdańsku. Uczestniczył w modernizacji układów wzbudzenia i stabilizatorów generatorów synchronicznych m.in. w elektrowniach Dolna Odra, Łaziska, Rybnik, Kozienice, Pątnów. Autor 80 prac naukowych i 3 książek (samodzielnie) oraz współautor 70 prac naukowych i 2 podręczników akademickich.