# Calculation of System State Matrix Eigenvalues Based on Analysis of Instantaneous Power Waveforms at Short-circuit Disturbances

# **Authors**

Piotr Pruski Stefan Paszek

# **Keywords**

power system, angular stability, electromechanical eigenvalues, transient states

### Abstract

The paper presents the results of calculations of the eigenvalues (associated with electromechanical phenomena) of the state matrix of a power system (PS) model, based on analysis of the disturbance waveforms of instantaneous power of PS generating units. There were taken into account disturbances in the form of a low-current short circuit in various PS transmission lines. The eigenvalue calculation method used in the investigations consists in the approximation of the analysed disturbance waveforms with waveforms being a superposition of modal components associated with the searched eigenvalues. This approximation consist in the minimisation of the objective function defined as the mean square error that occurs between the approximated and approximating waveform. For the objective function minimisation, a hybrid optimisation algorithm being a serial connection of the genetic and gradient algorithms was used. This connection eliminates the basic disadvantages of these both algorithms. To avoid calculation errors caused by the algorithm getting stuck in the objective function local minimum, the eigenvalues were calculated repeatedly for each waveform.

# DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2017214

Received: 27.01.2017 Accepted: 02.03.2017 Available online: 30.06.2017

# 1. Introduction

With constantly increasing customer demand for electricity, the power system (PS) may in some situations operate on the border of its angular stability. A loss of the PS angular stability may cause a serious system failure, the consequence of which may be a vast number of customers deprived of electricity supply. The PS angular stability can be determined using angular stability factors [6, 9, 10, 11, 12], calculated on the basis of the system state matrix eigenvalues associated with electromechanical phenomena (electromechanical eigenvalues). These eigenvalues can be calculated based on the state matrix of the PS model linearised at a steady operating point, but in this case the calculation results indirectly depend on the assumed models of individual power system components and their parameters. The model parameters used in calculations are often not sufficiently accurate and reliable [1, 9, 10, 11, 12]. Electromechanical eigenvalues can also be calculated with a good accuracy based on the analysis of actual disturbance waveforms that occur in the PS after various disturbances [9, 10, 11, 12, 13]. In this case, calculation results are not affected by the assumed power system model and its parameters, but only by the current operating conditions of the system [9, 10, 11].

Calculation of system state matrix eigenvalues based on the analysis of transient waveforms of selected quantities is called modal analysis. There are two types of this analysis [9]:

**experimental modal analysis** – there are taken into account the disturbance waveforms occurring after the purposeful introduction of a test disturbance to the system. The term "experimental" is meant to emphasize the fact that there is carried out an experiment consisting in introducing a disturbance;

**operational modal analysis** – consists in using measurements during PS operation without introducing a test disturbance. Dynamic waveforms appear under the influence of stochastic disturbances, e.g. short-circuits or stochastic load power changes. The aim of this paper is to calculate the PS state matrix electromechanical eigenvalues based on the analysis of the instantaneous power disturbance waveforms of the PS generating units for a short-term low-current short circuit disturbance in various transmission lines in the system. This is an example of operational modal analysis.

# 2. Linearised power system model

The power system model linearised at a steady operating point is described by the state equation and output equation [9, 10, 11, 12]:

$$\Delta x = A \Delta x + B \Delta u \tag{1}$$

$$\Delta y = C \Delta x + D \Delta u \tag{2}$$

where:  $\Delta x$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta y$  – vectors of the deviations from the steady values of, respectively: state variables, input variables (input functions) and output variables, A – state matrix. Matrix elements A, B, C and D from PS state equation (1) and output equation (2) are calculated for a steady working point [9, 10, 11].

The waveforms of output quantities of the linearised PS model can be calculated directly by integrating the state equation (1), or on the basis of eigenvalues and eigenvectors of the state matrix A. An output variable waveform is the superposition of modal components dependent on the eigenvalues and eigenvectors of state matrix A [9, 10, 11, 12].

For a disturbance in the form of Dirac impulse of the *i*-th input variable  $\Delta u_j(t) = U\delta(t-t_0)$ , where *U* is the pulse energy, the waveform of the *j*-th output variable (at *D* = 0 and assuming the presence of only singular eigenvalues) has the form [9, 10, 12]:

$$\Delta y_i(t) = \sum_{h=1}^n M_{ih} e^{\lambda_h(t-t_0)}, \quad t \ge t_0$$
(3)

where:  $M_{ih}$  – amplitudes of particular modal components equal in this case to the participation factors  $F_{ih}$  [9, 10, 11, 12] of the *h*-th eigenvalue in the waveform of the *i*-th output variable.

The PS responses to some short small disturbances which often appear in the system (e.g. low-current short-circuits) are, after a certain time since the instant of the disturbance occurrence, similar in shape to the PS response to a rectangular pulse. At these disturbances, the deviations of state and output variables with respect to a fixed operating point should be small. Too large deviations of these quantities would make the use of the linearised model of the PS impossible. From the investigations performed it follows that after  $t_p = 0.3-1.2$  s since the disturbance occurrence, the waveforms of the electromechanical output quantities can be calculated with a satisfactory accuracy based on the electromechanical eigenvalues from [2]:

$$K_{kh} = v_{h,k} w_{h,k} \tag{4}$$

where:  $v_{h,k}$ ,  $w_{h,k} - k$ -th element of, respectievely, the *h*-th right and left side eigenvector. In formula (4), the left-side eigenvector element determines the observability of the *h*-th modal component (associated with the *h*-th eigenvalue) in the *k*-th state variable. The right-side eigenvector element determines the impact of the *k*-th state variable on the *h*-th modal component. Their product  $K_{kh}$  is therefore a measure of the correlation between the *k*-th state variable and *h*-th modal component [2]. The correlation coefficients  $K_{kh}$  are approximately proportional to the amplitudes  $M_{ih}$  of appropriate modal components in the *i*-th output variable strongly associated with the *k*-th state variable. Usually, in PS models, angular speeds of generating units are state variables, and instantaneous powers of these units are output variables. The instantaneous power of the unit, as an electromechanical quantity, is strongly connected with the angular speed. This is due to the fact that the angular speed of the generator is mainly influenced by the mechanical power of the turbine and the instantaneous output power of the generator [2]. In the *i*-th row of the matrix *C* associated with the generator instantaneous power, the element of the column connected with the angular speed of this generator has the greatest absolute value. The absolute values of the other elements in that row are much smaller, however, generally different from zero.

# 2.1. Electromechanical eigenvalues of the power system

In the case of disturbance waveforms of the instantaneous power of generating units, the oscillating modal components associated with electromechanical eigenvalues are of large significance. These eigenvalues are complex and conjugate pairs. Their real parts are associated with the damping of the modal components. A modal component is damped if the real part of the corresponding eigenvalue is negative. The smaller this real part, the greater the damping. The modules of imaginary parts of the eigenvalues are equal to the oscillation pulsations of the modal components associated with them, and typically are contained in the range (0.63–12.6) rad/s. Therefore they correspond to the oscillation frequency range (0.1–2) Hz [9, 10, 11, 12].

These electromechanical eigenvalues influence in different ways the disturbance waveforms of output quantities of individual generating units due to different values of their complex, conjugate pairs of participation factors [9, 10, 11, 12].

# 3. The method for calculations of electromechanical eigenvalues

For calculations, there were used transient waveforms of the deviations of instantaneous power  $\Delta P$  of generating units that occurred after a symmetrical low-current short circuit (through high impedance) in a PS transmission line.

The eigenvalue calculation method used in investigations consists in an approximation of instantaneous power disturbance waveforms of individual units by formula (3). The eigenvalues and complex amplitudes of the modal components associated with them are unknown parameters of this approximation. The waveform approximation consists in an iterative selection of these parameters so as to minimise the value of the objective function defined as mean square error  $\varepsilon_w$  between the approximated and approximating waveforms [12]:

$$\mathcal{E}_{w}(\boldsymbol{\lambda},\mathbf{M}) = \sum_{l=1}^{N} \left( \Delta P_{m,l} - \Delta P_{a,l}(\boldsymbol{\lambda},\mathbf{M}) \right)^{2}$$
(5)

where:  $\lambda$  – vector of eigenvalues, M – vector of amplitudes of modal components,  $\Delta P$  – analysed instantaneous power deviation waveform, I – waveform sample number, N – number of waveform

samples, index "m" denotes the approximated waveform, and index "a" – the approximating waveform, calculated on the basis of the eigenvalues and modal component amplitudes by formula (3). Eigenvalues with small amplitudes M in the analysed waveform are ignored in the calculation on the basis of this waveform.

To eliminate the effect of the fast decaying modal components associated with the real and complex eigenvalues, which are not electromechanical eigenvalues, it is convenient to start the waveform analysis after a certain time  $t_p$  after the disturbance occurrence [9, 10]. For the calculations presented in this paper, there was assumed  $t_p = 0.5$  s.

The objective function (5) is minimized by a hybrid optimization algorithm (Fig. 1) consisting of serially connected genetic and gradient algorithms, which eliminates the major disadvantages of these two algorithms. The results obtained from the genetic algorithm are the starting point for the gradient algorithm. The use of a genetic algorithm in the first stage of the search for the objective function minimum eliminates the problem of the starting point precise determination, whereas the gradient algorithm used in the second stage converges faster and allows finding the extremum more accurately. For the genetic algorithm, there were assumed 50 generations, population of 20 individuals, and chromosome length of 6 bits. Selection was performed by the elite method [4, 9], which ensures that the best fitting individuals of a given generation will proceed to the next generation. The maximum number of iterations assumed for the gradient algorithm was 1000 [6, 9, 10, 11, 12].

The absolute values of the correlation coefficients of the eigenvalues in the waveforms of particular generating units, calculated using Eq. (4) for the short-circuit disturbance, are only approximately proportional to the amplitudes of the appropriate modal components in these waveforms. Therefore in this case, selection of wide search ranges for the amplitudes of individual modal components is necessary.

Waveforms  $\Delta P$  are calculated based on the voltage and current waveforms (phase or axial, that is calculated by Park's transformation [7]) in the generator armature.

Due to the occurrence of many objective function local minima, where the optimisation algorithm can get stuck, the approximation process was carried out repeatedly based on the same instantaneous power waveform. Calculation results with the objective functions larger than a certain assumed limit were rejected. The arithmetic means of the results not rejected in subsequent calculations were assumed to be the final results of the calculations of the real and imaginary parts of individual eigenvalues [9, 10, 11, 12].



As the optimisation algorithm operates more efficiently when the number of optimised parameters is less, calculations of the eigenvalues based on each of the analysed waveforms were carried out in many stages. In each stage, most often only one electromechanical eigenvalue was calculated. The other eigenvalues were neglected since the modal components associated with them decayed after a few seconds. In subsequent stages, there were calculated the eigenvalues associated with stronger damped modal components when assuming the previously calculated eigenvalues to be known. The complex amplitudes of the modal components associated with the eigenvalues assumed as known were calculated once again each time [9].

# 4. Exemplary calculations

Exemplary calculations were carried out for the 7-machine test PS CIGRE shown in Fig. 2. In the calculations, there were used the waveforms that occurred after disturbances in a form of short-term low-current short circuits in one of the PS transmission lines (fault locations are marked as "D1", "D2", and "D3" in Fig. 2).

The CIGRE PS model was developed in MATLAB/Simulink environment and it includes the impact of a central frequency regulator [11].

The following models were used in the calculations: GENROU synchronous generator with nonlinear magnetisation characteristics [3, 5, 8], static excitation system working in the Polish Power System [5], IEEEG1 steam turbine [8], and PSS3B power system stabiliser [5, 8].

Eigenvalues (including electromechanical eigenvalues) of the PS state matrix can be calculated directly on the basis of the PS model and parameters in the MATLAB/Simulink program. These electromechanical eigenvalues are hereinafter called "original eigenvalues". Comparison of the eigenvalues calculated on the basis of the objective function (5) minimisation and the original eigenvalues was assumed as a measure of the calculation accuracy [9, 10, 11, 12]. In Tab. 1 the original eigenvalues of the analysed PS CIGRE are presented.

Table 2 shows the relative absolute values of correlation coefficients  $|K_h|_{\text{pu}}$  of each *h*-th electromechanical eigenvalue in



Fig. 2. The analysed 7-machine PS CIGRE [5]

the waveforms of particular generating units (in relation to the electromechanical eigenvalues correlation coefficient with the largest absolute value in a given waveform). The relative absolute

λ <sub>1</sub> , 1/s	-0.8763±j10.4448	λ <sub>4</sub> , 1/s	-0.5274±j8.7481
λ <sub>2</sub> , 1/s	-0.8324±j10.6182	λ <sub>5</sub> , 1/s	-0.4165±j7.8724
λ <sub>3</sub> , 1/s	-0.7627±j9.6686	λ <sub>6</sub> , 1/s	-0.1888±j6.5421

Tab. 1. Original eigenvalues of the PS CIGRE

Unit	K <sub>1</sub>   <sub>pu</sub>	K <sub>2</sub>   <sub>pu</sub>	K <sub>3</sub>   <sub>pu</sub>	K <sub>4</sub>   <sub>pu</sub>	K5 pu	K <sub>6</sub>   <sub>pu</sub>
G1	0.0001	0	0.0001	1	0.0008	0.9995
G2	0.0244	0.0442	0.0110	1	0.0020	0.4783
G3	0.0622	0.1058	0.0115	0.0166	1	0.1014
G4	0.4514	1	0.0224	0.0033	0.0049	0.0323
G5	0.7403	0.1805	1	0.0062	0.1916	0.1237
G6	1	0.6573	0.1174	0.0001	0.0099	0.0134
G7	0.0280	0.0802	1	0.0281	0.4575	0.2946

Tab. 2. Correlation coefficients  $|K_h|_{pu}$  of the PS CIGRE eigenvalues in the waveforms of particular generating units

values of  $|K_h|_{pu}$  coefficients of the eigenvalues calculated on the basis of individual waveforms are bolded.

Tab. 3 contains absolute errors  $\Delta\lambda$  of calculations of the PS CIGRE electromechanical eigenvalues based on the analysis of the disturbance waveforms of the deviations of instantaneous power  $\Delta P$  of individual generating units. The eigenvalues were not calculated on the basis of the waveforms, in which they had too small absolute values of correlation coefficients. In the table there are also listed arithmetic means of the calculation errors of successive eigenvalues based on the waveforms of individual units. These averages were assumed as the final results. The mean eigenvalues so calculated do not take into account the results (with an asterisk) of real or imaginary parts significantly different from the other calculation results of particular eigenvalues.

From Tab. 3 it follows that in most cases the electromechanical eigenvalues were calculated with a satisfactory accuracy. The calculation errors were generally higher for the eigenvalues associated with strongly damped modal components. In some cases, these eigenvalues were not correctly calculated.

The best calculation accuracy for all the analysed short-circuit locations was obtained from the waveforms of units G1 and G2, on which only two weakly damped modal components associated with eigenvalues  $\lambda_4$  and  $\lambda_6$  influenced significantly, which

Short circuit in line L7						
Unit	Δλ <sub>1</sub> , 1/s	Δλ <sub>2</sub> , 1/s	Δλ <sub>3</sub> , 1/s	Δλ <sub>4</sub> , 1/s	Δλ <sub>5</sub> , 1/s	Δλ <sub>6</sub> , 1/s
G1	-	-	-	-0.0036±j0.0007	-	-0.0421±j0.0594
G2	-	-	-	-0.0550∓j0.0879	-	0.0247∓j0.0942
G3	-	0.0185∓j0.5833	-	-	-0.0903±j0.5494	-0.0436±j0.0009
G4	-0.2436∓j1.1227*	0.6082∓j4.0000 *	-	-	-	-
G5	0.1049∓j0.4721	-0.3498∓j1.3295*	0.0359∓j1.8581	-	-0.6951∓j0.6023*	-0.0110∓j0.0106
G6	-0.0107±j0.1711	-0.0938∓j0.1507	0.5493∓j3.1116*	-	-	-
G7	-	-	-0.1881±j0.1255	-	-0.1750±j1.2760	-0.0172±j0.0057
Mean	0.0471∓j0.1505	-0.0377∓j0.3670	-0.0761∓j0.8663	-0.0293∓j0.0436	-0.1326±j0.9127	-0.0179∓j0.0078
			Short circuit in line L	3		
Unit	Δλ <sub>1</sub> , 1/s	Δλ <sub>2</sub> , 1/s	Δλ <sub>3</sub> , 1/s	Δλ <sub>4</sub> , 1/s	Δλ <sub>5</sub> , 1/s	Δλ <sub>6</sub> , 1/s
G1	-	-	-	0.0163±j0.0923	-	-0.0501±j0.0716
G2	-	-	-	0.0320±j0.4361	-	-0.0124∓j0.0300
G3	-	0.0588±j0.0171	-	-	0.0127∓j0.0450	0.0042∓j0.1033
G4	-0.3061∓j2.9262	0.0209∓j4.0000*	-	-	-	-
G5	-0.4173±j0.1211	-0.0728∓j0.0024	-0.0553±j0.0142	-	0.0580±j0.0508	-0.0653∓j0.0594
G6	0.2914∓j2.8557	0.3559∓j2.9188*	0.2719∓j2.0620*	-	-	-
G7	-	-	-0.4623±j0.4686*	-	-0.0503±j0.0848	0.0425∓j0.1025
Mean	-0.1440∓j1.8869	-0.0070±j0.0073	-0.0553±j0.0142	0.0242±j0.2642	0.0068±j0.0302	-0.0162∓j0.0447
			Short circuit in line L1	2		
Unit	Δλ <sub>1</sub> , 1/s	Δλ <sub>2</sub> , 1/s	Δλ <sub>3</sub> , 1/s	Δλ <sub>4</sub> , 1/s	Δλ <sub>5</sub> , 1/s	Δλ <sub>6</sub> , 1/s
G1	-	-	-	0.0023 <del>+</del> j0.0011	-	-0.0317∓j0.1712
G2	-	-	-	-0.0035±j0.0024	-	-0.0012±j0.0013
G3	-	-0.1415∓j0.7391	-	-	-0.1361±j0.7362	0.0920∓j0.3405
G4	-0.5774∓j0.1372	-0.5995∓j0.8683	-	-	-	-
G5	0.3190∓j1.4359	-0.6386±j0.2984	0.0439∓j0.7212	-	0.0657±j0.7523	0.0077∓j0.3438
G6	0.6698∓j3.9186	0.1506∓j1.4894	-1.0000±j0.7695*	-	-	-
G7	-	-	0.0757∓j1.0958	-	-0.0497±j0.8947	-0.0029±j0.0302
Mean	0.1371∓j1.8306	-0.3072 ∓ j0.6996	0.0598∓j0.9085	-0.0006±j0.0007	-0.0400±j0.7944	0.0128∓j0.1648

Tab. 3. Absolute errors of eigenvalue calculations

made their approximation simpler. Also for these two eigenvalues the best overall accuracy of calculations was obtained on the basis of the waveforms of various units.

The calculation accuracy of individual eigenvalues is usually better in the case of instantaneous power waveforms of units that are closer to the short-circuit location if the calculated eigenvalues have large enough relative absolute values of coefficients  $|K_h|_{pu}$  in these waveforms. For example, the eigenvalue  $\lambda_4$  was calculated on the basis of the instantaneous power waveforms of units G1 and G2 more accurately in the case of short circuits in the lines L7 and L12.

Averaging the final results of individual eigenvalues calculations in most cases increased the calculation accuracy.

For example, Figs. 3 and 4 show the disturbance waveforms of instantaneous power  $\Delta P$  of units G1 and G7 for all the analysed short-circuit locations and the band of approximating waveforms corresponding to the not-rejected calculation results. This band determines the range of the instantaneous power changes containing all approximating waveforms corresponding to the individual calculation results.

From Figs. 3 and 4 it follows that the approximation accuracy was better in the case of the waveforms of unit G1, in which there intervene significantly only two modal components associated with electromechanical eigenvalues, than in the case of the unit G7 waveforms. The waveforms of particular units vary significantly depending on the fault location.



Fig. 3. Exemplary waveforms of instantaneous power of unit G1 at a short-circuit in the line: L7 (a), L8 (b) and L12 (c)



Fig. 4. Exemplary waveforms of instantaneous power of unit G7 at a short-circuit in the line: L7 (a), L8 (b) and L12 (c)

# 5. Summary

Based on the performed investigations the following conclusions have been drawn:

- It is possible to calculate with a good accuracy electromechanical eigenvalues based on the analysis of instantaneous power waveforms occurring after a short circuit in a PS transmission line. Generally, good accuracy was obtained in calculations of the eigenvalues associated with weakly damped modal components, which have the largest impact on the PS angular stability. The lower calculation accuracy of the eigenvalues associated with strongly damped modal components may be caused by faster decaying of these modal components and their lower envelope values after time t<sub>p</sub>, and also by the need to assume wide ranges of searching for modal component amplitudes M<sub>ih</sub>.
- The accuracy of calculation of individual eigenvalues depends on the fault location. It is usually better in the case of the waveforms of instantaneous power of units that are closer to the short-circuit location, if the calculated eigenvalues have large relative absolute values of coefficients  $|K_h|_{pu}$  in these waveforms. This may be due to the fact that a short circuit close to the generating unit influences its instantaneous power waveforms in a more direct way, and the impact of the other generating units on these waveforms is smaller.
- Usually, the less modal components intervene in a significant way in the instantaneous power waveforms, the better the accuracy of the instantaneous power waveform approximation and of the electromechanical eigenvalue calculations.
- Assuming the arithmetic means of the eigenvalues determined on the basis of the waveforms of various generating units as the final calculation results in most cases enabled increasing the calculation accuracy.
- The used calculation method allows determining the generating units of the PS in which the eigenvalues associated with weakly damped modal components (which threaten the angular stability of the PS) intervene significantly. By appropriate selection of the parameters of power system stabilizers in these units, it is possible to shift the eigenvalues on the complex plane to the left and thus improve the angular stability of the PS.

### REFERENCES

- H.B. Cetinkaya, S. Ozturk, B. Alboyaci, "Eigenvalues Obtained with Two Simulation Packages (SIMPOW and PSAT) and Effects of Machine Parameters on Eigenvalues", Electrotechnical Conference, MELECON 2004, Proceedings of the 12th IEEE Mediterranean, Vol. 3, 2004, pp. 943–946.
- 2. J. Machowski, J. Białek , J. Bumby, "Power System Dynamics: Stability and Control", John Wiley & Sons, Chichester, New York 2008.
- F.P. de Mello, L.H. Hannett, "Representation of Saturation in Synchronous Machines", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-1, November, No. 4, 1986, pp. 8–18.
- A. Nocoń, S. Paszek, "Polioptymalizacja regulatorów napięcia zespołów prądotwórczych z generatorami synchronicznymi" [Polyoptimisation of synchronous generator voltage regulator], Monograph No. 150, Silesian University of Technology Publishing House, Gliwice 2008.
- S. Paszek, "Wybrane metody oceny i poprawy stabilności kątowej systemu elektroenergetycznego" [Selected methods for assessment and improvement of power system angular stability], Monograph No. 357, Silesian University of Technology Publishing House, Gliwice 2012.
- S. Paszek, A. Nocoń, "The method for determining angular stability factors based on power waveforms", *AT&P Journal Plus 2*, Power System Modelling and Control, 2008, pp. 71–74.
- W. Paszek, "Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego" [AC electrical machines dynamics], Helion, 1998.
- 8. Power Technologies, a Division of S&W Consultants Inc., Program PSS/E Application Guide, Siemens Power Technologies Inc., 2002.
- P. Pruski, S. Paszek, "Analiza modalna wybranych przebiegów zakłóceniowych w systemie elektroenergetycznym. Wyznaczanie wskaźników stabilności kątowej" [The modal analysis of selected disturbance waveforms in a power system. Determination of angular stability factors], Monograph No. 592, Silesian University of Technology Publishers, Gliwice 2016.
- P. Pruski, S. Paszek, "Assessment of Polish Power System angular stability based on analysis of different disturbance waveforms", *Bulletin* of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, No. 63, Vol. 2, 2015, pp. 435–441.
- P. Pruski, S. Paszek, "Calculations of electromechanical eigenvalues based on generating unit instantaneous power and angular speed waveforms at a step disturbance", *Acta Energetica*, No. 2 (23), 2015, pp. 68–73.
- 12. P. Pruski, S. Paszek, "Calculations of electromechanical eigenvalues based on instantaneous power waveforms", *Przegląd Elektrotechniczny*, No. 4, 2014, pp. 214–217.
- H. Saitoh et al., "On-line modal analysis based on synchronized measurement technology", Proc. of International Conference on Power System Technology, 2002, pp. 817–822.



#### **Piotr Adam Pruski**

Silesian University of Technology

#### e-mail: piotr.pruski@polsl.pl

Graduated with distinction as MSc. Eng. from the Faculty of Electrical Engineering of the Silesian University of Technology (2009). He defended, also with distinction, his doctoral thesis at the same Faculty (2013). His research interests include power system performance analysis, optimisation algorithms, digital signal processing and programming. In 2011, 2014 and 2016 he was awarded with collective I and II-grade Rector prizes for scientific achievements. Author or co-author of 61 publications, incl. 2 monographies.

#### **Stefan Paszek**

Silesian University of Technology

#### e-mail: stefan.paszek@polsl.pl

His research interests include: power system analysis in transient states, power system angular stability, optimisation and polyoptimisation of system stabilisers and voltage regulators of synchronous generators, estimation of parameters of generating unit models in power system, new models of synchronous generators using the artificial neural network technology, application of fuzzy controllers in electric machines regulation systems. Author or co-author of 196 publications, incl. 6 monographies. Co-author of three academic textbooks.

-(PL)

# Obliczenia wartości własnych macierzy stanu systemu na podstawie analizy przebiegów mocy chwilowej przy zakłóceniach zwarciowych

Autorzy Piotr Adam Pruski Stefan Paszek

Słowa kluczowe system elektroenergetyczny, stabilność kątowa, elektromechaniczne wartości własne, stany nieustalone

#### Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń wartości własnych (związanych ze zjawiskami elektromechanicznymi) macierzy stanu modelu systemu elektroenergetycznego (SEE) na podstawie analizy przebiegów zakłóceniowych mocy chwilowej zespołów wytwórczych SEE. Analizowano zakłócenia w postaci zwarcia małoprądowego w różnych liniach przesyłowych SEE. Wykorzystana metoda obliczeń wartości własnych polega na aproksymacji analizowanych przebiegów zakłóceniowych za pomocą przebiegów będących superpozycją składowych modalnych związanych z poszukiwanymi wartościami własnymi. Aproksymacja ta polega na minimalizacji funkcji celu określonej jako błąd średniokwadratowy, występujący między przebiegiem aproksymowanym i aproksymującym. Do minimalizacji funkcji celu wykorzystano hybrydowy algorytm optymalizacyjny, stanowiący szeregowe połączenie algorytmu genetycznego i gradientowego. Połączenie to eliminuje podstawowe wady obu algorytmów. Aby uniknąć błędów obliczeń spowodowanych utknięciem algorytmu w minimum lokalnym funkcji celu, obliczenia wartości własnych dla każdego przebiegu przeprowadzano wielokrotnie.

Data wpływu do redakcji: 21.01.2017 Data akceptacji artykułu: 02.03.2017 Data publikacji online: 30.06.2017

#### 1. Wstęp

Zwiększające się ciągle zapotrzebowanie odbiorców na energię elektryczną powoduje, że system elektroenergetyczny (SEE) może w pewnych sytuacjach pracować na granicy stabilności kątowej. Utrata stabilności kątowej SEE może być przyczyną wystąpienia poważnej awarii systemowej, skutkującej pozbawieniem zasilania bardzo dużej liczby odbiorców. Stabilność kątową SEE można określić przy wykorzystaniu wskaźników stabilności kątowej [6, 9, 10, 11, 12], obliczanych na podstawie wartości własnych macierzy stanu SEE związanych ze zjawiskami elektromechanicznymi (elektromechanicznych wartości własnych). Te wartości własne można obliczyć na podstawie macierzy stanu modelu SEE zlinearyzowanego w ustalonym punkcie pracy, jednak w tym przypadku wyniki obliczeń zależą pośrednio od przyjętych modeli poszczególnych elementów SEE i wartości ich parametrów. Wykorzystywane w obliczeniach wartości parametrów tych modeli często nie są dostatecznie dokładne i wiarygodne [1, 9, 10, 11, 12]. Elektromechaniczne wartości własne można również obliczyć z dobrą dokładnością na podstawie analizy przebiegów nieustalonych, które pojawiają się w SEE po różnych zakłóceniach [9, 10, 11, 12, 13]. Wówczas na wyniki obliczeń nie wpływa przyjęty model SEE i jego parametry, tylko rzeczywisty, aktualny stan pracy SEE [9, 10, 11].

Obliczanie wartości własnych macierzy stanu układu na podstawie analizy przebiegów nieustalonych wybranych wielkości nosi nazwę analizy modalnej. Można wyróżnić dwa jej rodzaje [9]:

Analizę modalną eksperymentalną – brane są w niej pod uwagę przebiegi zakłóceniowe

występujące po celowym wprowadzeniu do układu zakłócenia testowego. Słowo "eksperymentalna" podkreśla fakt, że przeprowadza się eksperyment polegający na wprowadzeniu zakłócenia;

Analizę modalną eksploatacyjną – polega na wykorzystaniu pomiarów w trakcie eksploatacji SEE bez wprowadzenia zakłócenia testowego. Przebiegi dynamiczne pojawiają się pod wpływem zakłóceń stochastycznych, np. zwarć lub stochastycznych zmian mocy w odbiorach.

Celem niniejszej pracy jest obliczenie elektromechanicznych wartości własnych macierzy stanu SEE na podstawie analizy przebiegów zakłóceniowych mocy chwilowej generatorów zespołów wytwórczych SEE przy zakłóceniu w postaci krótkotrwałego zwarcia małoprądowego występującego w różnych liniach przesyłowych SEE. Jest to przykład analizy modalnej eksploatacyjnej.

2. Zlinearyzowany model SEE

Zlinearyzowany w ustalonym punkcie pracy model SEE opisany jest równaniem stanu i równaniem wyjścia [9, 10, 11, 12]:

$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{A} \Delta \boldsymbol{x} + \boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\Delta y = C \Delta x + D \Delta u \tag{2}$$

gdzie:  $\Delta x$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta y$  – wektory odchyłek od wartości ustalonych odpowiednio: zmiennych stanu, zmiennych wejściowych (wymuszeń) i zmiennych wyjściowych, A – macierz stanu. Elementy macierzy A, B, C i D z równania stanu (1) i równania wyjścia (2) SEE są obliczane dla ustalonego stanu jego pracy [9, 10, 11]. Przebiegi czasowe wielkości wyjściowych zlinearyzowanego modelu SEE można obliczyć, całkując numerycznie równanie (1) lub na podstawie wartości własnych i wektorów własnych macierzy stanu *A*. Przebieg każdej wielkości wyjściowej stanowi superpozycję składowych modalnych zależnych od wartości własnych i wektorów własnych macierzy *A* [9, 10, 11, 12].

Przy zakłóceniu w postaci impulsu Diraca w przebiegu *j*-tej zmiennej wejściowej  $\Delta u_j(t) = \Delta U \delta(t-t_0)$ , gdzie  $\Delta U$  oznacza energię impulsu, przebieg *i*-tej zmiennej wyjściowej (przy **D** = 0 i założeniu występowania tylko jednokrotnych wartości własnych) ma postać [9, 10, 12]:

$$\Delta y_i(t) = \sum_{h=1}^n M_{ih} e^{\lambda_h(t-t_0)}, \quad t \ge t_0$$
(3)

gdzie:  $M_{ih}$  – amplitudy poszczególnych składowych modalnych równe w tym przypadku czynnikom udziału  $F_{ih}$  [9, 10, 11, 12] *h*-tych wartości własnych w przebiegach *i*-tych zmiennych wyjściowych.

Odpowiedzi ŠEE na niektóre krótkotrwałe małe zakłócenia, często pojawiające się w systemie (np. zwarcia małoprądowe), po pewnym czasie od wystąpienia zakłócenia są zbliżone co do kształtu do odpowiedzi SEE na impuls Diraca. Z przeprowadzonych badań wynika, że po czasie od chwili wystąpienia zakłócenia równym 0,3–1,2 s przebiegi elektromechanicznych wielkości wyjściowych (np. mocy chwilowej i prędkości kątowej zespołów wytwórczych) mogą być obliczone z zadowalającą dokładnością na podstawie wzoru (3). W przypadku takich zakłóceń czynniki udziału  $F_{ih}$  nie mogą być obliczone. W każdym przypadku



możliwe jest natomiast obliczenie współczynników korelacji *h*-tej wartości własnej i *k*-tej zmiennej stanu [2]:

$$K_{kh} = v_{h,k} w_{h,k} \tag{4}$$

gdzie:  $v_{h,k}$ ,  $w_{h,k}$  – k-ty element odpowiednio h-tego prawostronnego i lewostronnego wektora własnego. We wzorze (4) element lewostronnego wektora własnego określa obserwowalność h-tej składowej modalnej (związanej z h-tą wartością własną) w k-tej zmiennej stanu. Element prawostronnego wektora własnego określa, jaki wpływ ma k-ta zmienna stanu na h-tą składową modalną. Wartość ich iloczynu  $K_{kh}$  jest więc miarą korelacji między k-tą zmienną stanu i h-tą składową modalną [2]. Współczynniki korelacji  $K_{kh}$  są w przy-

bliżeniu proporcjonalne do amplitud M<sub>ih</sub> odpowiednich składowych modalnych w przebiegu *i*-tej zmiennej wyjściowej silnie związanej z k-tą zmienną stanu. W mode-lach SEE często prędkości kątowe zespołów wytwórczych są zmiennymi stanu, a moce chwilowe tych zespołów są zmiennymi wyjściowymi. W przypadku zespołów wytwórczych w SEE moc chwilowa zespołu jest silnie powiązana z jego prędkością kątową. Wynika to z faktu, że na prędkość kątową generatora mają wpływ przede wszystkim moment napędowy pochodzący z turbiny i moment obciążenia proporcjonalny do mocy czynnej, wydawanej przez generator [2]. W i-tym wierszu macierzy C, związanym z mocą chwilową generatora, największą co do modułu wartość ma element k-tej kolumny związany z prędkością kątową tego generatora. Wartości pozostałych elementów tego wiersza są znacznie mniejsze co do modułu, jednak na ogół różne od zera.

# 2.1. Elektromechaniczne wartości własne SEE

W przebiegach zakłóceniowych mocy chwilowej zespołów wytwórczych SEE dominują oscylacyjne składowe modalne związane z elektromechanicznymi wartościami własnymi - zespolone, parami sprzężone wartości własne. Ich części rzeczywiste decydują o tłumieniu związanych z nimi składowych modalnych. Składowa modalna jest tłumiona, gdy część rzeczywista odpowiadającej jej wartości własnej jest ujemna; im jest ona mniejsza, tym większe jest tłumienie. Moduły części urojonych tych wartości własnych równe są pulsacjom oscylacji związanych z nimi składowych modalnych i mieszczą się zwykle w przedziale (0,63-12,6) rad/s, co odpowiada zakresowi częstotliwości (0,1-2) Hz [9, 10, 11, 12]. Te wartości własne w różny sposób ingerują w przebiegach zakłóceniowych wielkości wyjściowych poszczególnych zespołów wytwórczych, co jest związane z różnymi wartościami ich zespolonych, parami sprzężonych czynników udziału [9, 10, 11, 12].



Rys. 1. Schemat działania algorytmu hybrydowego [9]



Rys. 2. Analizowany 7-maszynowy SEE CIGRE [5]

Wykorzystana w badaniach metoda obliczeń elektromechanicznych wartości własnych polega na aproksymacji przebiegów zakłóceniowych mocy chwilowej poszczególnych zespołów wytwórczych na podstawie wyrażenia (3). Wartości własne i zespolone amplitudy związanych z nimi składowych modalnych w analizowanym przebiegu są nieznanymi parametrami tej aproksymacji. Aproksymacja przebiegów polega na iteracyjnym doborze jej parametrów, tak aby zminimalizować wartość funkcji celu zdefiniowanej jako błąd średniokwadratowy  $\varepsilon_w$  występujący między przebiegiem aproksymowanym a aproksymującym [12]:

$$\mathcal{F}_{w}(\boldsymbol{\lambda},\mathbf{M}) = \sum_{l=1}^{N} \left( \Delta P_{m,l} - \Delta P_{a,l}(\boldsymbol{\lambda},\mathbf{M}) \right)^{2} \quad (5)$$

gdzie:  $\lambda$  – wektor wartości własnych, M – wektor amplitud składowych modalnych,  $\Delta P$  – analizowany przebieg odchyłki mocy chwilowej, l – numery próbek przebiegów, n – liczba próbek przebieg aproksymowany, a indeks "a" – przebieg aproksymujący, obliczony na podstawie wartości własnych i ich amplitud według wzoru (3). Wartości własne o małych amplitudach M w analizowanym przebiegu są pomijane w obliczen niach na podstawie tego przebiegu.

niach na podstawie tego przebiegu. Aby wyeliminować wpływ szybko zanikających składowych modalnych pochodzących od rzeczywistych oraz zespolonych wartości własnych, niebędących elektromechanicznymi wartościami własnymi, analizę przebiegów rozpoczynano po pewnym czasie  $t_p$  od chwili wystąpienia zakłócenia [9, 10]. W obliczeniach przedstawionych w niniejszym artykule przyjęto wartość czasu  $t_p = 0,5$  s.

Do minimalizacji funkcji celu (5) wykorzystano hybrydowy algorytm optymalizacyjny (rys. 1), będący szeregowym połączeniem algorytmów genetycznego i gradientowego, co eliminuje podstawowe wady tych algorytmów. Wyniki uzyskane przy użyciu algorytmu genetycznego stanowią punkt startowy dla algorytmu gradientowego. Zastosowanie algorytmu genetycznego w pierwszym etapie poszukiwania minimum funkcji celu eliminuje problem precyzyjnego określenia punktu startowego. Z kolei zastosowany w drugim etapie algorytm gradientowy jest szybciej zbieżny i pozwala na odnalezienie poszukiwanego ekstremum z większą dokładnością. Dla algorytmu genetycznego przyjęto maksymalną liczbę pokoleń równą 50, wielkość populacji równą 20 osobników i długość chromosomu wynoszącą 6 bitów. Selekcję przeprowadzono metodą elitarną [4, 9], która gwarantuje, że najlepiej przystosowane osobniki z danego pokolenia znajdą się w następnym pokoleniu. Dla algorytmu gradientowego przyjęto maksymalną liczbę iteracji równą 1000 [6, 9, 10, 11, 12].

Moduły współczynników korelacji wartości własnych w przebiegach poszczególnych zespołów, obliczane dla zakłócenia zwarciowego przy użyciu wzoru (4), są tylko w pewnym przybliżeniu proporcjonalne do amplitud odpowiednich składowych modalnych w tych przebiegach. Dlatego konieczny jest w tym przypadku dobór szerokich zakresów poszukiwań amplitud poszczególnych składowych modalnych.

Przebiegi  $\Delta P$  obliczane są na podstawie przebiegów napięć i prądów twornika generatora (fazowych lub osiowych, czyli obliczonych poprzez transformację Parka [7]). Z powodu występowania dużej liczby

Z powodu występowania dużej liczby minimów lokalnych funkcji celu, w których algorytm optymalizacyjny może utknąć,

<sup>3.</sup> Metoda obliczeń wartości własnych W obliczeniach wykorzystano przebiegi zakłóceniowe odchyłek mocy chwilowych  $\Delta P$  zespołów wytwórczych, występujące po symetrycznym zwarciu małoprądowym (przez dużą impedancję) w jednej z linii przesyłowych SEE.



λ <sub>1</sub> , 1/s	-0,8763±j10,4448	λ <sub>4</sub> , 1/s	-0,5274±j8,7481
λ <sub>2</sub> , 1/s	-0,8324±j10,6182	λ <sub>5</sub> , 1/s	-0,4165±j7,8724
λ <sub>3</sub> , 1/s	-0,7627±j9,6686	λ <sub>6</sub> , 1/s	-0,1888±j6,5421

Tab. 1. Oryginalne wartości własne SEE CIGRE

Zespół	K <sub>1</sub>   <sub>pu</sub>	K <sub>2</sub>   <sub>pu</sub>	K3 pu	K <sub>4</sub>   <sub>pu</sub>	K5 pu	K <sub>6</sub>   <sub>pu</sub>
G1	0,0001	0	0,0001	1	0,0008	0,9995
G2	0,0244	0,0442	0,0110	1	0,0020	0,4783
G3	0,0622	0,1058	0,0115	0,0166	1	0,1014
G4	0,4514	1	0,0224	0,0033	0,0049	0,0323
G5	0,7403	0,1805	1	0,0062	0,1916	0,1237
G6	1	0,6573	0,1174	0,0001	0,0099	0,0134
G7	0,0280	0,0802	1	0,0281	0,4575	0,2946

Tab. 2. Współczynniki korelacji  $|K_h|_{\rm pu}$ wartości własnych SEE CIGRE w przebiegach kolejnych zespołów



Rys. 3. Przykładowe przebiegi mocy chwilowej zespołu G1 przy zwarciu w linii: L7 (a), L8 (b) i L12 (c)



Rys. 4. Przykładowe przebiegi mocy chwilowej zespołu G7 przy zwarciu w linii: L7 (a), L8 (b) i L12 (c)

proces aproksymacji przeprowadzano wielokrotnie na podstawie tego samego przebiegu. Odrzucano wyniki o wartościach funkcji celu większych niż pewna przyjęta wartość graniczna. Jako wynik końcowy obliczeń części rzeczywistych i części urojonych poszczególnych wartości własnych przyjęto średnie arytmetyczne z wyników nieodrzuconych w kolejnych obliczeniach [9, 10, 11, 12].

Ponieważ algorytm optymalizacyjny działa sprawniej, gdy liczba optymalizowanych parametrów jest mniejsza, obliczenia wartości własnych na podstawie każdego z analizowanych przebiegów przeprowadzano wieloetapowo. W każdym z etapów obliczano najczęściej tylko jedną elektromechaniczną wartość własną. Na początku, na podstawie kolejnych przebiegów obliczano wartości własne związane z najsłabiej tłumionymi składowymi modalnymi, pomijając pozostałe wartości własne, ponieważ związane z nimi składowe modalne zanikają po kilku sekundach. W kolejnych etapach obliczano wartości własne zwiążane z silniej tłumionymi składowymi modalnymi, przyjmując wcześniej obliczone wartości własne jako znane. Zespolone amplitudy składowych modalnych, związanych z wartościami własnymi przyjętymi jako znane, za każdym razem były obliczane ponownie [9].

#### 4. Przykładowe obliczenia

Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla 7-maszynowego testowego SEE CIGRE przedstawionego na rys. 2. Wzięto pod uwagę przebiegi występujące po zakłóceniach w postaci krótkotrwałych zwarć małoprądowych w jednej z linii przesyłowych SEE (miejsca zwarcia oznaczono jako "Z1", "Z2" i "Z3" na rys. 2).

Model SEE CIGRE opracowano w środowisku MATLAB/Simulink i uwzględniono w nim oddziaływanie centralnego regulatora częstotliwości [11].

W przeprowadzonych obliczeniach wykorzystano modele: generatora synchronicznego GENROU z nieliniową charakterystyką magnesowania [3, 5, 8], statycznego układu wzbudzenia, pracującego w Krajowym Systemie Elektroenergetycznym [5], turbiny parowej IEEEG1 [8] i stabilizatora systemowego PSS3B [5, 8].

Wartości własne (w tym elektromechaniczne wartości własne) macierzy stanu SEE można obliczyć bezpośrednio na podstawie modelu i parametrów SEE w programie MATLAB/ Simulink. Obliczone w ten sposób elektromechaniczne wartości własne są nazywane w artykule "oryginalnymi wartościami własnymi". Porównanie wartości własnych obliczonych na podstawie minimalizacji funkcji celu (5) i oryginalnych wartości własnych przyjęto jako miarę dokładności obliczeń [9, 10, 11, 12]. W tab. 1 przedstawiono oryginalne wartości własne analizowanego SEE CIGRE.

Tabela 2 zawiera względne moduły współczynników korelacji  $|K_h|_{pu}$  poszczególnych *h*-tych elektromechanicznych wartości własnych w przebiegach kolejnych zespołów wytwórczych (w odniesieniu do najwięk szego co do modułu współczynnika korelacji elektromechanicznych wartości własnych w danym przebiegu). Pogrubiono względne moduły współczynników  $|K_h|_{pu}$ 



Zwarcie w linii L7						
Zesp.	$\Delta\lambda_1$ , 1/s	Δλ <sub>2</sub> , 1/s	Δλ <sub>3</sub> , 1/s	Δλ <sub>4</sub> , 1/s	Δλ <sub>5</sub> , 1/s	Δλ <sub>6</sub> , 1/s
G1	-	-	-	-0,0036±j0,0007	-	-0,0421±j0,0594
G2	-	-	-	–0,0550∓j0,0879	-	0,0247∓j0,0942
G3	-	0,0185∓j0,5833	-	-	-0,0903±j0,5494	-0,0436±j0,0009
G4	–0,2436∓j1,1227 *	0,6082∓j4,0000 *	-	-	-	-
G5	0,1049∓j0,4721	–0,3498∓j1,3295 *	0,0359∓j1,8581	-	–0,6951∓j0,6023 *	–0,0110∓j0,0106
G6	-0,0107±j0,1711	–0,0938∓j0,1507	0,5493∓j3,1116 *	-	-	-
G7	-	-	–0,1881±j0,1255	-	-0,1750±j1,2760	-0,0172±j0,0057
Średnia	0,0471 ∓ j0,1505	–0,0377∓j0,3670	–0,0761∓j0,8663	–0,0293∓j0,0436	-0,1326±j0,9127	–0,0179∓j0,0078
			Zwarcie w linii	L8		
Zesp.	Δλ <sub>1</sub> , 1/s	Δλ <sub>2</sub> , 1/s	Δλ <sub>3</sub> , 1/s	Δλ <sub>4</sub> , 1/s	Δλ <sub>5</sub> , 1/s	Δλ <sub>6</sub> , 1/s
G1	-	-	-	0,0163±j0,0923	-	-0,0501±j0,0716
G2	-	-	-	0,0320±j0,4361	-	–0,0124∓j0,0300
G3	-	0,0588±j0,0171	-	-	0,0127∓j0,0450	0,0042∓j0,1033
G4	-0,3061∓j2,9262	0,0209∓j4,0000*	-	-	-	-
G5	-0,4173±j0,1211	–0,0728∓j0,0024	-0,0553±j0,0142	-	0,0580±j0,0508	–0.0653∓j0,0594
G6	0,2914∓j2,8557	0,3559∓j2,9188*	0,2719∓j2,0620*	-	-	-
G7	-	-	-0,4623±j0,4686*	-	-0,0503±j0,0848	0,0425∓j0,1025
Średnia	-0,1440∓j1,8869	-0,0070±j0,0073	-0,0553±j0,0142	0,0242±j0,2642	0,0068±j0,0302	–0,0162∓j0,0447
			Zwarcie w linii	L12		
Zesp.	Δλ <sub>1</sub> , 1/s	Δλ <sub>2</sub> , 1/s	Δλ <sub>3</sub> , 1/s	Δλ <sub>4</sub> , 1/s	Δλ <sub>5</sub> , 1/s	Δλ <sub>6</sub> , 1/s
G1	-	-	-	0,0023∓j0,0011	-	–0,0317∓j0,1712
G2	-	-	-	-0,0035±j0,0024	-	-0,0012±j0,0013
G3	-	–0,1415∓j0,7391	-	-	-0,1361±j0,7362	0,0920∓j0,3405
G4	–0,5774∓j0,1372	–0,5995∓j0,8683	-	-	-	-
G5	0,3190∓j1,4359	-0,6386±j0,2984	0,0439∓j0,7212	-	0,0657±j0,7523	0,0077∓j0,3438
G6	0,6698∓j3,9186	0,1506∓j1,4894	-1,0000±j0,7695 *	-	-	-
G7	-	-	0,0757∓j1,0958	-	-0,0497±j0,8947	-0,0029±j0,0302
Średnia	0,1371∓j1,8306	–0,3072∓j0,6996	0,0598∓j0,9085	-0,0006±j0,0007	-0,0400±j0,7944	0,0128∓j0,1648

Tab. 3. Błędy bezwzględne obliczeń wartości własnych

wartości własnych, które zostały obliczone na podstawie poszczególnych przebiegów. W tab. 3 przedstawiono błędy bezwzględne  $\Delta \lambda$  obliczeń elektromechanicznych wartości własnych SEE CIGRE na podstawie analizy przebiegów zakłóceniowych odchyłek mocy chwilowych  $\Delta P$  poszczególnych zespołów wytwórczych. Wartości własne nie były obliczane na podstawie przebiegów, w których miały zbyt małe moduły współczynników korelacji. W tabeli zestawiono także średnie arytmetyczne błędów uzyskanych wyników obliczeń kolejnych wartości własnych na podstawie przebiegów poszczególnych zespołów. Średnie te przyjęto jako wyniki końcowe obliczeń. Obliczone średnie wartości własne nie uwzględniają wyników (oznaczonych gwiazdką) o częściach rzeczy-wistych lub urojonych znacznie różniących się od pozostałych wyników obliczeń poszczególnych wartości własnych.

Z tab. 3 wynika, że w większości przypadków uzyskano zadowalającą dokładność obliczeń

elektromechanicznych wartości własnych. Błędy obliczeń były na ogół większe dla wartości własnych związanych z silnie tłumionymi składowymi modalnymi. W niektórych przypadkach te wartości własne nie zostały poprawnie obliczone.

Najlepszą dokładność obliczeń w przypadku wszystkich analizowanych miejsc wystąpienia zwarcia uzyskano na podstawie przebiegów zespołów G1 i G2, w których ingerują znacząco tylko dwie słabo tłumione składowe modalne związane z wartościami własnymi  $\lambda_4$  i  $\lambda_6$ , dzięki czemu ich aproksymacja była prostsza. Także dla tych dwóch wartości własnych uzyskano ogólnie najlepszą dokładność obliczeń na podstawie przebiegów różnych zespołów.

Dokładność obliczeń poszczególnych wartości własnych zazwyczaj jest lepsza w przypadku przebiegów mocy chwilowej zespołów znajdujących się bliżej miejsca zwarcia, jeżeli obliczane wartości własne mają wystarczająco duże względne moduły współczynników  $|K_h|_{\text{pu}}$  w tych przebiegach. Przykładowo wartość własna  $\lambda_4$  została obliczona na podstawie przebiegów mocy chwilowej zespołów G1 i G2, dokładniej w przypadku zwarć w liniach L7 i L12.

padku zwarć w liniach L7 i L12. Uśrednianie wyników końcowych obliczeń poszczególnych wartości własnych w większości przypadków zwiększyło dokładność obliczeń.

Przykładowo na rys. 3 i 4 przedstawiono przebiegi zakłóceniowe mocy chwilowej  $\Delta P$  zespołów G1 i G7 dla wszystkich analizowanych miejsc zwarcia oraz pasma przebiegów aproksymujących, odpowiadających nieodrzuconym wynikom obliczeń. Pasmo to określa zakres zmian mocy chwilowej, w którym zawierają się wszystkie przebiegi aproksymujące, odpowiadające poszczególnym wynikom obliczeń. Z rys. 3 i 4 wynika, że dokładność aprok-

Z rys. 3 i 4 wynika, że dokładność aproksymacji była lepsza w przypadku przebiegów zespołu G1, w którym interweniują w sposób znaczący tylko dwie składowe

modalne, związane z elektromechanicznymi wartościami własnymi, niż w przypadku przebiegów zespołu G7. Przebiegi poszczególnych zespołów znacząco się różnią w zależności od miejsca wystąpienia zwarcia.

#### 5. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych badań sformułowano następujące wnioski:

- Możliwe jest obliczenie z dobrą dokładnością elektromechanicznych wartości własnych na podstawie analizy prze-biegów mocy chwilowej występujących po zakłóceniu zwarciowym w jednej z linii przesyłowych SEE. Dobrą dokładność obliczeń najczęściej uzyskiwano dla wartości własnych związanych ze słabo tłumionymi składowymi modalnymi, których wpływ na stabilność kątową SEE jest największy. Mniejsza dokładność obliczeń wartości własnych związanych z silnie tłumionymi składowymi modalnymi może być spowodowana szybszym zanikaniem tych składowych modalnych i mniejszymi wartościami ich obwiedni po czasie  $t_{\rm p}$ , a także koniecznością przyjęcia szerókich zakresów poszukiwań amplitud składowych modalnych Mih
- boli pokładność obliczeń poszczególnych wartości własnych zależy od miejsca wystąpienia zwarcia. Jest ona zazwyczaj lepsza w przypadku przebiegów mocy chwilowej zespołów znajdujących się bliżej miejsca zwarcia, jeżeli obliczane wartości własne mają duże względne moduły współczynników  $|K_h|_{pu}$  w tych przebiegach. Może to wynikać z faktu, że zwarcie występujące blisko zespołu wytwórczego wpływa na przebiegi jego mocy chwilowej w sposób bardziej bezpośredni, a wpływ pozostałych zespołów wytwórczych na te przebiegi jest mniejszy.
- Dokładność aproksymacji przebiegów mocy chwilowej i obliczeń elektromechanicznych wartości własnych jest zwykle tym lepsza, im mniej składowych

modalnych ingeruje w sposób znaczący w tych przebiegach.

- Przyjęcie wyników końcowych obliczeń poszczególnych wartości własnych jako średnich arytmetycznych wyników ich obliczeń na podstawie analizy różnych przebiegów pozwoliło na zwiększenie dokładności i wiarygodności obliczeń.
- Zastosowana metoda obliczeń pozwala na ustalenie, w których zespołach wytwórczych SEE ingerują w sposób znaczący wartości własne związane ze słabo tłumionymi składowymi modalnymi, zagrażającymi stabilności kątowej SEE. Poprzez odpowiedni dobór parametrów stabilizatorów systemowych w tych zespołach możliwe jest przesunięcie w lewo tych wartości własnych na płaszczyźnie zespolonej i tym samym możliwa jest poprawa stabilności kątowej SEE.

#### Bibliografia

- Cetinkaya H.B., Ozturk S., Alboyaci B., Eigenvalues Obtained with Two Simulation Packages (SIMPOW and PSAT) and Effects of Machine Parameters on Eigenvalues, Proc. of the 12th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference MELECON 2004, Vol. 3, s. 943–946.
- 2. Machowski J., Białek J., Bumby J., Power System Dynamics. Stability and Control, John Wiley & Sons, Chichester, New York 2008.
- de Mello F.P., Hannett L.H., Representation of Saturation in Synchronous Machines, *IEEE Transactions on Power Systems* 1986, Vol. PWRS-1, November, No. 4, s. 8–18.
- Nocoń A., Paszek S., Polioptymalizacja regulatorów napięcia zespołów prądotwórczych z generatorami synchronicznymi, Monografia nr 150, Wydawnictwo Politechniki Sląskiej, Gliwice 2008.
- 5. Paszek S., Wybrane metody oceny i poprawy stabilności kątowej systemu elektroenergetycznego, Monografia

nr 357, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2012.

- Paszek S., Nocoń A., The method for determining angular stability factors based on power waveforms, *AT&P Journal Plus 2* 2008, Power System Modeling and Control, s. 71–74.
- 7. Paszek W., Dynamika maszyn elektrycznych prądu przemiennego, Helion, 1998.
- 8. Power Technologies, a Division of S&W Consultants Inc., Program PSS/E Application Guide, Siemens Power Technologies Inc., 2002.
- Pruski P., Paszek S., Analiza modalna wybranych przebiegów zakłóceniowych w systemie elektroenergetycznym. Wyznaczanie wskaźników stabilności kątowej, Monografia nr 592, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2016.
- 10. Pruski P., Paszek S., Assessment of Polish Power System angular stability based on analysis of different disturbance waveforms, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences* 2015, No. 63, Vol. 2, s. 435–441.
- 11. Pruski P., Paszek S., Calculations of electromechanical eigenvalues based on generating unit instantaneous power and angular speed waveforms at a step disturbance, *Acta Energetica* 2015, No. 2/23, s. 68–73.
- 12. Pruski P., Paszek S., Calculations of electromechanical eigenvalues based on instantaneous power waveforms, *Przegląd Elektrotechniczny* 2014, No. 4, s. 214–217.
- 13. Saitoh H. i in., On-line modal analysis based on synchronized measurement technology, Proc. of International Conference on Power System Technology, 2002, s. 817–822.

#### Piotr Adam Pruski

#### dr inż.

Politechnika Śląska e-mail: piotr.pruski@polsl.pl

Studia magisterskie ukończył z wyróżnieniem na Wydziałe Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach (2009). Również z wyróżnieniem obronił rozprawę doktorską na tym samym wydziałe (2013). Jego zainteresowania badawcze to analiza pracy systemu elektroenergetycznego, algorytmy optymalizacyjne, cyfrowe przetwarzanie sygnałów oraz programowanie. W 2011, 2014 oraz 2016 roku otrzymał zespołowe Nagrody Rektora stopnia I i II za osiągnięcia naukowe. Autor i współautor 61 publikacji, w tym 2 monografii.

#### Stefan Paszek

prof. dr hab. inż.

Politechnika Śląska

e-mail: stefan.paszek@polsl.pl

Zainteresowania naukowe: analiza systemu elektroenergetycznego (SEE) w stanach nieustalonych, stabilność kątowa SEE, optymalizacja i polioptymalizacja stabilizatorów systemowych oraz regulatorów napięcia generatorów synchronicznych, estymacja parametrów modeli zespołów wytwórczych SEE, nowe modele generatorów synchronicznych przy zastosowaniu techniki sztucznych sieci neuronowych, zastosowanie regulatorów rozmytych w układach regulacji maszyn elektrycznych. Autor i współautor 196 publikacji, w tym 6 monografii. Współautor 3 podręczników akademickich.